

# ЛЕКЦИЯ #01

## ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

### § 1.1 Содержание и цели курса

◆ **Объекты и модели.** В курсе рассматриваются задачи о взаимодействии простейших квантовых систем с электромагнитным излучением. В качестве простейших рассматриваются модели с небольшим числом степеней свободы  $N = 1..3$ , таких объектов, как

- свободный электрон;
- одноэлектронный атом (атом водорода или иной атом с одним оптическим электроном: атом щелочного металла, ион щелочноземельного);
- двухатомная молекула.

Эти модели мы будем называть *атомными системами* (*S* for System), а для краткости - *системами* или *атомами*. В отдельных случаях будут привлекаться модели трех- и многоатомных молекул. Но в общем граница нашего курса со спецкурсом “Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом” проходит примерно “по молекуле”.

Электромагнитное поле (*F* for Field) действующего на систему излучения чаще всего будет описываться моделью плоской монохроматической электромагнитной волны. В отдельных случаях для описания электромагнитного поля с непрерывным частотным спектром (шумового) будет использоваться модель стационарного случайного процесса.

◆ **Приложения.** Рассматриваемые в курсе задачи представляют интерес для

1. Количественного описания экспериментов по взаимодействию лазерного излучения с **разреженными** средами (атомные пучки; разреженные газы) и одиночными объектами (электронами и атомами в ловушках);
2. Полуколичественного описания взаимодействия лазерного излучения с **конденсированным** веществом (с помощью экстраполяции зависимостей для разреженных веществ).

◆ **Цели курса.** Курс имеет следующие цели.

1. Установить систему физических величин, используемых для описания взаимодействия, указать взаимосвязь и границы применимости основных понятий.

★ Примерами таких величин служат: вероятности перехода системы в другие состояния, поляризуемость системы, сечение рассеяния, скорость поглощения энергии системой и пр.

2. Указать способы получения параметрических и численных оценок основных величин, характеризующих взаимодействие атомов с излучением.

3. Описать систему наиболее употребительных элементарных моделей квантовой радиофизики и связанных с ними методов решения физических задач.

★ Следует помнить, что **не все** модели могут переноситься из одной теории в другую. Например, в теории дифракции используется модель “черного тела” [ЛЛII, §61]. Что соответствует ей в макроскопической электродинамике? Рассмотрим отражение плоской волны от границы среды с комплексной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$ . Из формул Френеля [ЛЛVIII, §86] для коэффициента отражения  $R$  при нормальном падении получается выражение

$$R = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2}, \quad n + i\kappa = \sqrt{\epsilon}. \quad (86.9)$$

Минимум  $R(\epsilon)$  достигается при  $n=1$ ,  $\kappa=0$  - т.е. когда среда не отличается по своим свойствам от вакуума. Следовательно, на “ $\epsilon$ -языке” про вещество с резкой пространственной границей нельзя сказать “абсолютно черное”.

☆ На чем же тогда основан выбор материалов для покрытия “невидимых самолетов” (технология Stealth)?

## § 1.2 Основные приближения и модели

◆ **Основное приближение.** Совместное решение системы уравнений движения для частиц системы и электромагнитного поля, как правило, представляется недоступным.

★ Есть, впрочем, исключение - модель, описывающая взаимодействие двухуровневого атома с одной модой квантованного электромагнитного поля - модель Джейнса - Каммингса.

Основное упрощение связано с поэтапным решением: электромагнитное поле рассматривается на первом шаге как **заданное** действующее (внешнее, падающее) поле  $F_1$ ; решается задача об эволюции системы  $S$  во внешнем поле. На втором шаге система  $S$  рассматривается как **заданный** источник поля и определяются характеристики ее излучения - **рассеянного** поля  $F_2$ .

В ряде случаев (условия, выделяющие этот ряд, будут предметом особого внимания) для получения физически содержательных результатов необходимо учитывать взаимодействие системы  $S$  с ее *окружением*  $E$  (E for Environment), которое описывается как система с неопределенно большим (бесконечным) числом степеней свободы. Для простоты будет приниматься, что состояние окружения  $E$  не зависит ни от состояния системы  $S$ , ни от характеристик действующего поля  $F_1$ . Например, часто принимается, что  $E$  находится в состоянии термодинамического равновесия при известной температуре (такая модель окружения называется *термостатом*). Взаимодействие систем  $S$  и  $E$  приводит к необратимости эволюции  $S$  - переходу системы в состояние, не зависящее от предыстории системы. Такие переходы называются процессами *релаксации*.

◆ **Классификация моделей.** Если отвлечься от системы  $E$ , то каждую из систем  $S$ ,  $F_1$  и  $F_2$  можно описать как классической ( $c$ ), так и квантовой ( $q$ ) моделью. В результате возникает 8 возможностей, сведенных в таблицу 1.

Таблица 1.

Возможные типы моделей взаимодействия

	$F_1$	$S$	$F_2$	
1	$c$	$c$	$c$	Классическая электродинамика (★)
2	$c$	$c$	$q$	Модель заданных токов
3	$c$	$q$	$c$	Полуклассическая модель (★)
4	$c$	$q$	$q$	Спонтанное излучение в поле
5	$q$	$c$	$c$	?
6	$q$	$c$	$q$	? модель Вельтона
7	$q$	$q$	$c$	?
8	$q$	$q$	$q$	Квантовая модель (★)

Широкое распространение имеют модели 1, 3 и 8 (отметим, что в них для полей  $F_1$  и  $F_2$  используются модели одного типа). Модель 1 является чисто классической; она будет предполагаться известной и использоваться в квантовой радиофизике в качестве эталонной. Наличие альтернатив  $c - q$  описания подсистем ставит вопрос о практическом использовании принципа соответствия, а именно:

В каких условиях замена квантовой модели системы ее классическим аналогом не сказывается существенно на вычисленных значениях наблюдаемых физических величин?

### § 1.3 Оценки: основные параметры и шаблоны

◆ **Атомная система масштабов.** Основные фундаментальные константы, используемые в квантовой радиофизике, приведены ниже в таблице 2.

Таблица 2.

Масса электрона	$m$	$9.11 \cdot 10^{-28}$ г
Масса протона	$m_p$	$1.67 \cdot 10^{-24}$ г
Заряд электрона	$e$	$4.80 \cdot 10^{-10}$ СГС
Скорость света	$c$	$3.00 \cdot 10^{10}$ см $c^{-1}$
Постоянная Планка	$\hbar$	$1.05 \cdot 10^{-27}$ эрг с

Системы  $S$  - это в первую очередь атомы. Поэтому удобно вести расчеты в атомной системе единиц (системе Хартри), в которой основными масштабами служат заряд электрона  $e$ , масса электрона  $m$  и постоянная Планка  $\hbar$ .

Таблица 3.

Масштабы атомной системы единиц

Масса	$m$	$m$	$9.11 \cdot 10^{-28}$ г
Длина	$a_0$	$\hbar^2 m^{-1} e^{-2}$	$5.29 \cdot 10^{-9}$ см
Время	$t_a$	$\hbar^3 m^{-1} e^{-4}$	$2.42 \cdot 10^{-17}$ с
Частота	$\omega_a$	$\hbar^{-3} m e^4$	$4.13 \cdot 10^{16}$ с $^{-1}$
Энергия	$E_a$	$\hbar^{-2} m e^4$	$4.33 \cdot 10^{-11}$ эрг
Напряженность поля	$\mathcal{E}_a$	$\hbar^{-4} m^2 e^5$	$1.72 \cdot 10^7$ Гаусс

Остальные две величины из таблицы 2 вводятся в систему Хартри через **безразмерные** параметры - постоянную тонкой структуры

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} = 7.30 \cdot 10^{-3} \quad (1)$$

и (не имеющее общепринятого названия) отношение масс электрона и протона,

$$\zeta = \frac{m}{m_p} = \frac{1}{1836} = 5.44 \cdot 10^{-4}. \quad (2)$$

★ Альтернативой атомной системе единиц является электронная система с основными масштабами  $e$ ,  $m$  и  $c$ . Однако она не очень практична: ее масштаб длины - классический радиус электрона  $r_0 = e^2 m^{-1} c^{-2} = \alpha^2 a_0 = 2.81 \cdot 10^{-13}$  см - слишком мал, а масштаб частоты  $\omega_e = e^{-2} m c^3 = \alpha^{-3} \omega_a = 1.07 \cdot 10^{23}$  с $^{-1}$  слишком велик для обычных задач квантовой радиофизики. Впрочем, величина  $\sigma_c \sim r_0^2 \sim \alpha^4 a_0^2$ , определяющая сечение рассеяния электромагнитной волны на свободном электроны [ЛЛII, §78], задает удобную опорную точку на шкале сечений.

◆ **Шаблон оценок.** Подавляющая часть собственных (не зависящих от параметров внешнего поля) характеристик атомных систем может быть представлена в виде

$$X = \# \alpha^K \zeta^L [X], \quad (3)$$

где  $\#$  - числовой коэффициент,  $[X]$  - атомный масштаб нужной размерности. Основная задача параметрических оценок - определение показателей степеней  $K$  и  $L$ .

◆ **Пример 1:** оценка (статической) поляризуемости атома  $\chi$ . По определению  $d = \chi \mathcal{E} \Rightarrow [\chi] = L^3$ . Величина  $\chi$  не зависит от величины  $\zeta$  (ядро атома м.б.  $\infty$  тяжелым) и не зависит от  $\alpha$  (эффект поляризации сохраняется и при  $c \rightarrow \infty$ ). Итог:  $K = L = 0$ ,  $\chi \sim a_0^3$ . ■

◆ **Пример 2:** оценка (статической) диамагнитной восприимчивости атома  $\chi_m$ : по определению  $m = \chi_m \mathcal{H} \Rightarrow [\chi_m] = L^3$ . Величина  $\chi_m$  не зависит от  $\zeta$  (ядро атома м.б.  $\infty$  тяжелым); воздействие поля на электроны - сила Лоренца - пропорционально  $c^{-1} \sim \alpha$ , отклик атома - магнитный момент - в определении содержит  $c^{-1} \sim \alpha$ . Итог:  $K = 2$ ,  $L = 0$ ,  $\chi_m \sim \alpha^2 a_0^3$ . ■

★ Формула (3) не универсальна: например, выражение для радиационного (лэмбовского) сдвига атомных термов содержит члены с зависимостью  $\alpha^3 \ln \alpha$  [ЛЛIV, §123]. Если разложение имеет вид (3), то показатель степени  $K$  как правило целый. Показатель степени  $L$  отличен от нуля только в задачах, где существенно движение атомных ядер (например, в задачах о свойствах молекул). Значения  $L$  при этом почти всегда или целые, или полуцелые.

◆ **Модель поля.** Основная модель действующего на атом поля - плоская линейно поляризованная электромагнитная волна, в которой напряженности электрического и магнитного полей заданы выражениями

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t). \quad (4)$$

Поскольку размеры атома  $a_0 \sim 10^{-8}$  см малы по сравнению с длиной волны излучения оптического диапазона  $\lambda \sim 10^{-4}$  см (какой параметр обеспечивает эту малость?), пространственной зависимостью поля часто можно пренебречь. Далее, поскольку скорости электронов в атоме малы,  $v_a/c \equiv \alpha \ll 1$ , часто можно пренебречь влиянием магнитного поля и считать, что на атом действует только однородное электрическое поле, гармонически изменяющееся со временем:

$$\vec{E} \approx \vec{E}_0 \cos \omega t. \quad (5)$$

Это поле в основном характеризуется двумя параметрами - амплитудой  $\mathcal{E}$  и частотой  $\omega$ . Все характеристики отклика могут быть представлены выражениями с шаблоном

$$X = \# \alpha^K \zeta^L [X] \mathcal{F}(\xi, \eta) \quad (6)$$

где  $\mathcal{F}(\xi, \eta)$  - некоторая функция от связанных с масштабами поля безразмерных параметров

$$\xi = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_a}, \quad \eta = \frac{\omega}{\omega_a}. \quad (7)$$

Параметры электромагнитной волны могут меняться в широких пределах, и значения  $\xi$  и  $\eta$  могут быть и малы, и велики.

◆ **Стандарт оценок.** Для единообразия оценок мы будем рассматривать поле излучения *стандартного лазера*, - импульс неодимового ( $\lambda = 1064$  нм) лазера с интенсивностью  $I_s = 10^8$  Вт см<sup>-2</sup> и длительностью  $\tau_s = 10$  наносекунд.

Таблица 4.

Стандартные параметры		Значения в абс. единицах	Значения в ат. единицах
Интенсивность излучения	$I_s$	$10^{15}$ эрг см <sup>-2</sup> с <sup>-1</sup>	$2.8 \cdot 10^{-9}$
Напряженность поля	$\mathcal{E}_s$	$9.15 \cdot 10^2$ Гаусс	$\xi = 5.3 \cdot 10^{-5}$
Частота	$\omega_s$	$1.77 \cdot 10^{15}$ с <sup>-1</sup>	$\eta = 4.3 \cdot 10^{-2}$
Длительность импульса	$\tau_s$	$10^{-8}$ с	$2.4 \cdot 10^{-9}$

Таким образом, в этом случае значения  $\xi$  и  $\eta$  малы, и функцию  $\mathcal{F}(\xi, \eta)$  можно аппроксимировать первым членом степенного разложения по  $\xi$  и  $\eta$ :

$$X = \# \alpha^K \zeta^L \xi^M \eta^N [X] \quad (8)$$

Современные рекордные лазеры имеют пиковую интенсивность  $I_{rec} = 10^{20}$  Вт см<sup>-2</sup>, что соответствует  $\xi \sim 10^2$ .

◆ **Ридберговские атомы.** Ранее мы подразумевали, что атомы находятся в основном или первых возбужденных состояниях. В последние десятилетия активно ведутся эксперименты с атомами, в которых один из электронов находится в состоянии с большим ( $n \sim 50 \dots 100$ ) главным квантовым числом. Такие состояния называются *ридберговскими*. Свойства атомов в ридберговских состояниях (на жаргоне - ридберговских атомов) существенно зависят от  $n$ ; соответственно, шаблон оценок меняется на  $X = \# \alpha^K \zeta^L \xi^M \eta^N n^P [X]$ .

◆ **Пример 3:** оценка (статической) поляризуемости ридберговского атома  $\chi$ . По выводу примера 1, поляризуемость равна кубу эффективного поперечника атома. Из модели атома водорода  $a \sim a_0 n^2$ , откуда  $\chi \sim a_0^3 n^6$ .

◆ **Пример 4.** Для ридберговских атомов легко достижимы большие значения эффективного  $\xi$  - отношения напряженности внешнего поля к характерной величине действующего на электрон атомного поля. Поскольку  $\mathcal{E}_{Ry} \sim ea^{-2} \sim \mathcal{E}_a n^{-4}$ , то при  $n = 100$  значение  $\xi = 1$  достигается при интенсивности излучения  $I \sim 1$  Вт см<sup>-2</sup>.