

ЛЕКЦИЯ #01

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

§ 1.1 Содержание и цели курса

◆ **Объекты и модели.** В курсе рассматриваются задачи о взаимодействии простейших квантовых систем с электромагнитным излучением. В качестве простейших рассматриваются модели с небольшим числом степеней свободы $N = 1..3$, таких объектов, как

- свободный электрон;
- одноэлектронный атом (атом водорода или иной атом с одним оптическим электроном: атом щелочного металла, ион щелочноземельного);
- двухатомная молекула.

Эти модели мы будем называть *атомными системами* (*S* for System), а для краткости - *системами* или *атомами*. В отдельных случаях будут привлекаться модели трех- и многоатомных молекул. Но в общем граница нашего курса со спецкурсом “Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом” проходит примерно “по молекуле”.

Электромагнитное поле (*F* for Field) действующего на систему излучения чаще всего будет описываться моделью плоской монохроматической электромагнитной волны. В отдельных случаях для описания немонохроматического излучения будут использоваться модели стационарного случайного процесса с непрерывным частотным спектром и многомодовая модель случайного процесса.

◆ **Приложения.** Рассматриваемые в курсе задачи представляют интерес для

1. Количественного описания экспериментов по взаимодействию лазерного излучения с **разреженными** средами (атомные пучки; разреженные газы) и одиночными объектами (электронами и атомами в ловушках);

2. Полуколичественного описания взаимодействия лазерного излучения с **конденсированным** веществом (с помощью экстраполяции зависимостей для разреженных сред).

◆ **Цели курса.** Курс имеет следующие цели.

1. Установить систему физических величин, используемых для описания взаимодействия, указать взаимосвязь и границы применимости основных понятий.

★ Примерами таких величин служат: вероятности перехода системы в другие состояния, поляризуемость системы, сечение рассеяния, скорость поглощения энергии системой и пр.

2. Указать способы получения параметрических и численных оценок основных величин, характеризующих взаимодействие атомов с излучением.

3. Описать систему наиболее употребительных элементарных моделей квантовой радиофизики и связанных с ними методов решения физических задач.

★ Следует помнить, что **не все** модели могут переноситься из одной теории в другую. Например, в теории дифракции используется модель “черного тела”, полностью поглощающего весь падающий на него свет [ЛЛШ, §61]. Что соответствует ей в макроскопической электродинамике? Рассмотрим отражение плоской волны от границы среды с комплексной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$. Из формул Френеля [ЛЛVIII, §86] для коэффициента отражения R при нормальном падении получается выражение

$$R = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2}, \quad n + i\kappa = \sqrt{\varepsilon}. \quad (86.9)$$

Минимум $R(\varepsilon)$ достигается при $n = 1$, $\kappa = 0$, т.е. когда среда не отличается по своим свойствам от вакуума. Следовательно, на “ ε -языке” про вещество с резкой пространственной границей нельзя сказать “абсолютно черное”.

☆ На чем же тогда основан выбор материалов для покрытия “невидимых самолетов” (технология Stealth)?

◆ Могут возникнуть вопросы – почему одной задаче следует уделять столько времени? И для чего нужно так много методов?

① Во-первых, это оправдывается разнообразием результатов. Классическая задача о движении даже одномерного «атома» - частицы, связанной в постоянном (не зависящем от времени) потенциале и находящейся под влиянием переменного внешнего поля – есть задача с трехмерным фазовым пространством, которая может быть – и фактически оказывается – неинтегрируемой; в фазовом пространстве есть области динамического хаоса, т.е. закон движения становится очень сложным. Квантовая теория должна этой сложности подражать.

② Во-вторых, все приближенные методы основаны на малости некоторых безразмерных параметров. Освоенная современным экспериментом область (например, на плоскости $\omega - \xi$) настолько обширна, что перекрывает подчас по несколько областей применимости методов. Нам встретится пример, где экспериментально доступная область перекрывается четырьмя разными приближениями.

§ 1.2 Основные приближения и модели

◆ **Основное приближение.** Совместное решение системы уравнений движения для частиц системы и электромагнитного поля, как правило, представляется недоступным.

★ Есть, впрочем, исключение - модель, описывающая взаимодействие двухуровневого атома с одной модой квантованного электромагнитного поля - модель Джейнса - Каммингса.

Основное упрощение связано с поэтапным решением: электромагнитное поле рассматривается на первом шаге как **заданное** действующее (внешнее, падающее) поле F_1 ; решается задача об эволюции системы S во внешнем поле. На втором шаге система S рассматривается как **заданный** источник поля и определяются характеристики ее излучения - **рассеянного** поля F_2 .

В ряде случаев (условия, выделяющие этот ряд, будут предметом особого внимания) для получения физически содержательных результатов необходимо учитывать взаимодействие системы S с ее *окружением* E (E for Environment), которое часто описывается как система с неопределенно большим (бесконечным) числом степеней свободы. Для простоты будет приниматься, что состояние окружения E не зависит ни от состояния системы S , ни от характеристик действующего поля F_1 . Например, удобно полагать, что E находится в состоянии термодинамического равновесия при известной температуре (такая модель окружения называется *термостатом*). Взаимодействие систем S и E приводит к необратимости эволюции S - переходу системы в состояние, не зависящее от начальных условий. Такие переходы называются процессами *релаксации*.

◆ **Классификация моделей.** Если отвлечься от системы E , то каждую из систем S , F_1 и F_2 можно описать как классической (c), так и квантовой (q) моделью. В результате возникает 8 возможностей, сведенных в таблицу 1.

Таблица 1.

Возможные типы моделей взаимодействия

	F_1	S	F_2	
1	c	c	c	Классическая электродинамика (★)
2	c	c	q	Модель заданных токов
3	c	q	c	Полуклассическая модель (★)
4	c	q	q	Спонтанное излучение в поле
5	q	c	c	?
6	q	c	q	Модель Вельтона
7	q	q	c	?
8	q	q	q	Квантовая модель (★)

Широкое распространение имеют модели 1, 3 и 8 (отметим, что в них для полей F_1 и F_2 используются модели одного типа). Модель 1 является чисто классической; она будет предполагаться известной и использоваться в квантовой радиофизике в качестве эталонной. Наличие альтернатив $c - q$ описания подсистем ставит вопрос о практическом использовании принципа соответствия, а именно:

В каких условиях замена квантовой модели системы ее классическим аналогом не сказывается существенно на вычисленных значениях наблюдаемых физических величин?

§ 1.3 Оценки: основные параметры и шаблоны

◆ **Атомная система масштабов.** Основные фундаментальные константы, используемые в квантовой радиофизике, приведены ниже в таблице 2.

Таблица 2.

Масса электрона	m	$9.11 \cdot 10^{-28} \text{ з}$
Масса протона	m_p	$1.67 \cdot 10^{-24} \text{ з}$
Заряд электрона	e	$4.80 \cdot 10^{-10} \text{ СГС}$
Скорость света	c	$3.00 \cdot 10^{10} \text{ см с}^{-1}$
Постоянная Планка	\hbar	$1.05 \cdot 10^{-27} \text{ эрг с}$

Системы S - это в первую очередь атомы. Поэтому удобно вести расчеты в атомной системе единиц (системе Хартри), в которой основными масштабами служат заряд электрона e , масса электрона m и постоянная Планка \hbar .

Таблица 3.

Масштабы атомной системы единиц

Масса	m	m	$9.11 \cdot 10^{-28} \text{ з}$
Длина	a_o	$\hbar^2 m^{-1} e^{-2}$	$5.29 \cdot 10^{-9} \text{ см}$
Время	t_a	$\hbar^3 m^{-1} e^{-4}$	$2.42 \cdot 10^{-17} \text{ с}$
Частота	ω_a	$\hbar^{-3} m e^4$	$4.13 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$
Энергия	E_a	$\hbar^{-2} m e^4$	$4.33 \cdot 10^{-11} \text{ эрг}$
Напряженность поля	\mathcal{E}_a	$\hbar^{-4} m^2 e^5$	$1.72 \cdot 10^7 \text{ Гаусс}$

Остальные две величины из таблицы 2 вводятся в систему Хартри через **безразмерные** параметры - постоянную тонкой структуры

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} = 7.30 \cdot 10^{-3} \quad (1)$$

и (не имеющее общепринятого названия) отношение масс электрона и протона,

$$\zeta = \frac{m}{m_p} = \frac{1}{1836} = 5.44 \cdot 10^{-4}. \quad (2)$$

★ Альтернативой атомной системе единиц является *электронная система* с основными масштабами e, m и c . Однако она не очень практична: ее масштаб длины - *классический радиус электрона* $r_0 = e^2 m^{-1} c^{-2} = \alpha^2 a_0 = 2.81 \cdot 10^{-13}$ см - слишком мал, а масштаб частоты $\omega_e = e^{-2} m c^3 = \alpha^{-3} \omega_a = 1.07 \cdot 10^{23}$ с⁻¹ слишком велик для обычных задач квантовой радиофизики. Впрочем, величина $\sigma_c \sim r_0^2 \sim \alpha^4 a_0^2$, определяющая сечение рассеяния электромагнитной волны на свободном электроны [ЛЛП, §78], задает удобную опорную точку на шкале сечений.

◆ **Шаблон оценок.** Подавляющая часть собственных (не зависящих от параметров внешнего поля) характеристик атомных систем может быть представлена в виде

$$X = \# \alpha^K \zeta^L [X], \quad (3)$$

где $\#$ - числовой коэффициент, $[X]$ - атомный масштаб нужной размерности. Основная задача параметрических оценок - определение показателей степеней K и L .

◆ **Пример 1:** оценка (статической) поляризуемости атома χ . По определению $d = \chi \mathcal{E} \Rightarrow [\chi] = L^3$. Величина χ не зависит от величины ζ (ядро атома м.б. ∞ тяжелым) и не зависит от α (эффект поляризации сохраняется и при $c \rightarrow \infty$). Итог: $K = L = 0$, $\chi \sim a_0^3$. ■

☆ Существует ли верхний предел значений статической поляризуемости атома в основном или первых возбужденных (не ридберговских) состояниях?

◆ **Пример 2:** оценка (статической) диамагнитной восприимчивости атома χ_m : по определению $m = \chi_m \mathcal{H} \Rightarrow [\chi_m] = L^3$. Величина χ_m не зависит от ζ (ядро атома м.б. ∞ тяжелым); воздействие поля на электроны - сила Лоренца - пропорционально $c^{-1} \sim \alpha$, отклик атома - магнитный момент - в определении содержит $c^{-1} \sim \alpha$. Итог: $K = 2$, $L = 0$, $\chi_m \sim \alpha^2 a_0^3$. ■

★ Формула (3) не универсальна: например, выражение для радиационного (лэмбовского) сдвига атомных термов содержит члены с зависимостью $\alpha^3 \ln \alpha$ [ЛЛПВ, §123]. Если разложение имеет вид (3), то показатель степени K как правило целый. Показатель степени L отличен от нуля только в задачах, где существенно движение атомных ядер (например, в задачах о свойствах молекул). Значения L при этом почти всегда или целые, или полуцелые.

★ Формула (3) не универсальна: она может потерять эффективность вблизи резонансов между частотой поля и частотами переходов в системе. Из анализа простейших моделей следует, что в этой ситуации восприимчивость системы неограниченно

возрастает, и может понадобиться уточнение модели – учет пусть слабого, но в резонансных условиях влиятельного взаимодействия системы с окружением (термостатом), которое существенно зависит от его характеристик – таких, как плотность частиц n или температура T - не сводимых к фундаментальным константам.

◆ **Модель поля.** Основная модель действующего на атом поля - плоская линейно поляризованная электромагнитная волна, в которой напряженности электрического и магнитного полей заданы выражениями

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t). \quad (4)$$

Поскольку размеры атома $a_0 \sim 10^{-8}$ см малы по сравнению с длиной волны излучения оптического диапазона $\lambda \sim 10^{-4}$ см (какой параметр обеспечивает эту малость?), пространственной зависимостью поля часто можно пренебречь. Далее, поскольку скорости электронов в атоме малы, $v_a/c \equiv \alpha \ll 1$, часто можно пренебречь влиянием магнитного поля и считать, что на атом действует только однородное электрическое поле, гармонически изменяющееся со временем:

$$\vec{E} \approx \vec{E}_0 \cos \omega t. \quad (5)$$

Это поле в основном характеризуется двумя параметрами - амплитудой \mathcal{E} и частотой ω . Все характеристики отклика могут быть представлены выражениями с шаблоном

$$X = \# \alpha^K \zeta^L [X] \mathcal{F}(\xi, \eta) \quad (6)$$

где $\mathcal{F}(\xi, \eta)$ - некоторая функция от связанных с масштабами поля безразмерных параметров

$$\xi = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_a}, \quad \eta = \frac{\omega}{\omega_a}. \quad (7)$$

Параметры электромагнитной волны могут меняться в широких пределах, и значения ξ и η могут быть как малы, так и велики. Современный рекорд пиковой интенсивности излучения лазера $I_{rec} = 6 \cdot 10^{20}$ Вт см⁻² [RSC+07], что соответствует $\xi \approx 130$. В оптическом диапазоне значение $\eta \sim 0.1 \ll 1$.

📖 RSC+07 L. Robson, P. T. Simpson, R. J. Clarke *et al.*
Scaling of proton acceleration driven by petawatt-laser – plasma interactions
Nature Physics, 2007, v. 3, no. 1, pp.58–62.

Во многих задачах проявятся характерные масштабы напряженности электрического поля волны, которые в основном будут описываться шаблоном

$$\mathcal{E}^* = \# \alpha^K \zeta^L \eta^M [\mathcal{E}_a]. \quad (8)$$

Они будут разграничивать различные асимптотические области или ограничивать области применимости результатов. Для каждого масштаба

поле $\mathcal{E} \gg \mathcal{E}^*$ может в данной задаче считаться сильным. Нам встретятся характерные масштабы от

$$\min \mathcal{E}^* \sim \alpha^3 \eta^3 \mathcal{E}_a = 3.1 \cdot 10^{-11} \mathcal{E}_a \quad (9)$$

до

$$\max \mathcal{E}^* \sim \alpha^{-3} \mathcal{E}_a = 2.6 \cdot 10^6 \mathcal{E}_a. \quad (10)$$

☆ Задача. Представить в формате (8) масштаб напряженности поля в электронной системе с основными масштабами e, m и c .

◆ **Стандарт оценок.** Для единообразия оценок мы будем рассматривать поле излучения *стандартного лазера* - импульс неодимового ($\lambda = 1064 \text{ нм}$) лазера с (максимальной) интенсивностью $I_s = 10^8 \text{ Вт см}^{-2}$ и длительностью $\tau_s = 10^{-8} \text{ с}$.

Таблица 4.

Стандартные параметры		Значения в абс. единицах	Значения в ат. единицах
Интенсивность излучения	I_s	$10^{15} \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1}$	$2.8 \cdot 10^{-9}$
Напряженность поля	\mathcal{E}_s	$9.15 \cdot 10^2 \text{ Гаусс}$	$\xi = 5.3 \cdot 10^{-5}$
Частота	ω_s	$1.77 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$	$\eta = 4.3 \cdot 10^{-2}$
Длительность импульса	τ_s	10^{-8} с	$2.4 \cdot 10^9$

В этом примере значения ξ и η малы, и функцию $\mathcal{F}(\xi, \eta)$ обычно можно аппроксимировать первым членом степенного разложения по ξ и η :

$$X = \# \alpha^K \zeta^L \xi^M \eta^N [X] \quad (11)$$

◆ **Ридберговские атомы.** Ранее мы подразумевали, что атомы находятся в основном или первых возбужденных состояниях. Уже давно (начиная примерно с 1973 г.) активно ведутся эксперименты с атомами, в которых один из электронов находится в состоянии с большим ($n \sim 50 \dots 100$) главным квантовым числом. Такие состояния называются *ридберговскими*. Свойства атомов в ридберговских состояниях (на жаргоне – ридберговских атомов) существенно зависят от n ; соответственно, шаблон оценок меняется на $X = \# \alpha^K \zeta^L \xi^M \eta^N n^P [X]$.

◆ **Пример 3:** оценка (статической) поляризуемости ридберговского атома χ . По выводу примера 1, поляризуемость равна кубу эффективного поперечника атома. Из модели атома водорода $a \sim a_0 n^2$, откуда $\chi \sim a_0^3 n^6$. ■

◆ **Пример 4.** Для ридберговских атомов легко достижимы большие значения эффективного ξ - отношения напряженности внешнего поля к характерной величине действующего на электрон атомного поля. Поскольку $\mathcal{E}_{Ry} \sim ea^{-2} \sim \mathcal{E}_a n^{-4}$, то при $n = 100$ значение $\xi = 1$ достигается при интенсивности излучения $I \sim 1 \text{ Вт см}^{-2}$. ■

EOL ☯