Вынужденное излучение в фотонных кристаллах. Параметрические нелинейно-оптические процессы в фотонных кристаллах

1. Вынужденное излучение атомов в фотонных кристаллах. Первое приближение

2. Фактор усиления вынужденного излучения

3. Самосогласованное решение для вынужденного излучения

4. Вынужденное излучение и аномальность групповой скорости

5. Спонтанное vs. вынужденного излучения в фотонных кристаллах

6. Фазовый синхронизм при параметрических нелинейно-оптических процессах

7. Генерация излучения суммарной частоты в фотонных кристаллах

8. Фазовый синхронизм при генерации суммарной частоты

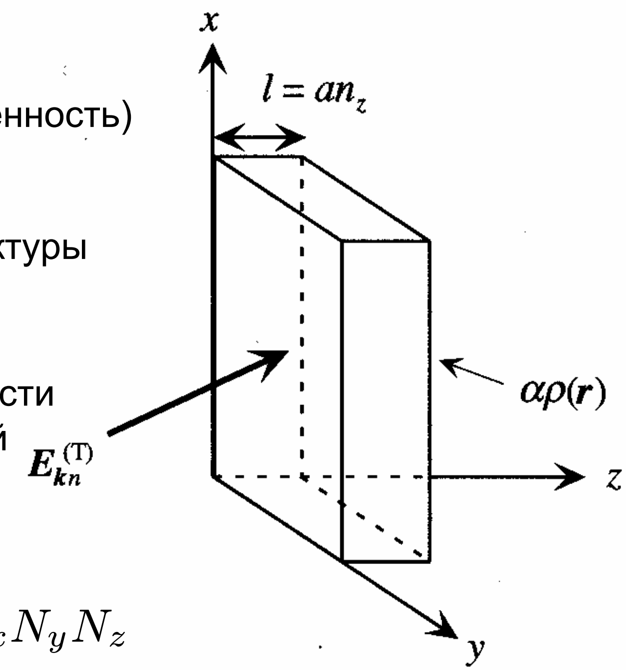
9. Усиление генерации суммарной частоты и аномальность групповой скорости

Постановка задачи о вынужденном излучении фотонных кристаллов

постановка: вычисление плотности энергии вынужденного излучения атомов в возбужденном состоянии, распределенных внутри фотонного кристалла

$\rho(\mathbf{r})$ - объемная плотность примесных атомов

α - поляризуемость атомов, $\mathrm{Im}\,\alpha < 0$ (инверсная населенность)



дополнительные приближения:

1. $\alpha\rho(\mathbf{r}) \ll \varepsilon(\mathbf{r})$ - условие невозмущенности модовой структуры фотонного кристалла атомами примесями

2. $\xi\rho(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r})$ - пространственная периодичность плотности примеси такая же, что и у диэлектрической проницаемости фотонного кристалла

3. рассматриваем случай фотонного кристалла с простой кубической решеткой с периодом a и объемом $V = a^3 N_x N_y N_z$

4. вдоль направления z примесь занимает длину $l = an_z$

Поляризация атомов примеси, возбужденная в точке $(\mathbf{r}, t)$

модой электромагнитного поля $\mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)}$ имеет вид:

$$\mathbf{P}_{st}^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \alpha\rho(\mathbf{r})\mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)}(\mathbf{r})e^{(-i\omega+\delta)t}$$

частота $\omega = \omega_{\mathbf{k}n}^{(T)}$

δ - малая константа диссипации для адиабатичности включения (наведения) поляризации

Вынужденное излучение атомов в фотонных кристаллах. Первое приближение.

решение неоднородного волнового уравнения с наведенной поляризацией $\mathbf{P}^{(1)}_{st}(\mathbf{r},t)$:

$$\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r},t) = \frac{\alpha e^{(-i\omega+\delta)t}}{2V}\sum_{\mathbf{k}'n'}\omega^{(T)}_{\mathbf{k}'n'}\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}'n'}(\mathbf{r})\int_V d\mathbf{r}'\rho(\mathbf{r}')\mathbf{E}^{(T)\star}_{\mathbf{k}'n'}(\mathbf{r}')\cdot\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}')\times$$

$$\times\left(\frac{1}{\omega+\omega^{(T)}_{\mathbf{k}'n'}+i\delta}-\frac{1}{\omega-\omega^{(T)}_{\mathbf{k}'n'}+i\delta}\right)$$

для фотонного кристалла с простой кубической решеткой

$$\int_V d\mathbf{r}'\rho(\mathbf{r}')\mathbf{E}^{(T)\star}_{\mathbf{k}'n'}(\mathbf{r}')\cdot\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}') =$$

$$=\sum_{j_1=0}^{N_x-1}\sum_{j_2=0}^{N_y-1}\sum_{j_3=0}^{n_z-1}\int_{V_0} d\mathbf{r}'\rho(\mathbf{r}')\mathbf{u}^{(T)\star}_{\mathbf{k}'n'}(\mathbf{r}')\cdot\mathbf{u}^{(T)}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}')e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot(\mathbf{r}'+a\mathbf{j})}$$

поскольку по теореме Блоха

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}+\mathbf{a}_i) = \mathbf{u}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r})$$

$V_0 = a^3$ -объем элементарной ячейки фотонного кристалла

$$\mathbf{j} = (j_1, j_2, j_3)$$

Вынужденное излучение атомов в кубических фотонных кристаллах

периодичные граничные условия для функций $\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}'n'}$ и $\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}n}$ на границе элементарной ячейки

приводят к тому, что $ak_x j_1$, $ak_y j_2$, $ak'_x j_1$ и $ak'_y j_2$ кратны 2π

тогда один из множителей под знаком суммы

$$\sum_{j_1=0}^{N_x-1}\sum_{j_2=0}^{N_y-1}\sum_{j_3=0}^{n_z-1} e^{ia(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\mathbf{j}} = N_x N_y \delta_{k_x k'_x}\delta_{k_y k'_y}\frac{1-\exp(ian_z\Delta k_z)}{1-\exp(ia\Delta k_z)}$$

$$= N_x N_y \delta_{k_x k'_x}\delta_{k_y k'_y}\exp(ia(n_z-1)\Delta k_z/2)\cdot\frac{\sin(an_z\Delta k_z/2)}{\sin(a\Delta k_z/2)}$$

где $\Delta k_z = k_z - k'_z$

(суммирование по $j_1,\ j_2$ тождественно равно нулю всегда, кроме случая $k_x = k'_x,\ k_y = k'_y$)

упрощающие предположения:

1. основные вклады определяются теми модами поля, частота которых $\omega^{(T)}_{\mathbf{k}'n'} \approx \omega = \omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}$

   т.е. при условии $n' = n$

2. при больших n_z и $\Delta k_z \to 0$ выражение резонансно возрастает:

$$\lim_{\Delta k_z\to 0}\frac{\sin(an_z\Delta k_z/2)}{\sin(a\Delta k_z/2)} = n_z,$$

т.е. основные вклады будут при

$$k'_z \approx k_z,\ k_x = k'_x,\ k_y = k'_y$$

Вынужденное излучение фотонного кристалла и групповая скорость

введем эффективную плотность атомов примеси $F_1(\mathbf{k},n)$, нормированную на интенсивность (плотность мощности) моды $\mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)}$ в виде

$$F_1(\mathbf{k},n) = \frac{1}{V_0}\int_{V_0} \rho(\mathbf{r}) \left|\mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)}(\mathbf{r})\right|^2 d\mathbf{r}$$

тогда выражение для вынужденного поля примет вид:

$$\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r},t) \simeq \frac{\alpha\omega_{\mathbf{k}n}^{(T)} N_x N_y V_0 F_1(\mathbf{k},n)}{2V}\mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)}(\mathbf{r})e^{(-i\omega+\delta)t}\times$$
$$\times\sum_{k'_z}\left(\frac{1}{\omega+\omega_{\mathbf{k}'n}^{(T)}+i\delta} - \frac{1}{\omega-\omega_{\mathbf{k}'n}^{(T)}+i\delta}\right)\times$$
$$\times \exp(ia(n_z-1)\Delta k_z/2)\cdot\frac{\sin(an_z\Delta k_z/2)}{\sin(a\Delta k_z/2)}$$

введем групповую скорость моды $\mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)}$ в направлении z как

$$v_g(\mathbf{k},n) = \frac{\partial\omega_{\mathbf{k}n}^{(T)}}{\partial k_z}$$

тогда от суммирования по k'_z можно перейти к интегрированию по частоте $\omega_{\mathbf{k}n}^{(T)}$:

Фактор усиления вынужденного излучения фотонного кристалла

$$\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r},t) \simeq -\frac{\alpha\omega_{\mathbf{k}n}^{(T)} N_x N_y n_z V_0 F_1(\mathbf{k},n)}{2V} \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)}(\mathbf{r}) e^{(-i\omega+\delta)\,t} \times$$
$$\times \frac{aN_z}{2\pi} \int \frac{d\omega_{\mathbf{k}'n}^{(T)}}{v_g(\mathbf{k}',n)} \left(\frac{\Pi}{\omega - \omega_{\mathbf{k}'n}^{(T)}} - \pi i \delta \left(\omega - \omega_{\mathbf{k}'n}^{(T)} \right) \right)$$

1. используется тождество

$$\frac{1}{\omega-\omega_0 \pm i\gamma} = \frac{\Pi}{\omega-\omega_0} \mp \pi i \delta(\omega-\omega_0),$$

Π - главное значение в смысле Коши

2. полагается $\Delta k_z = 0$

окончательно: $$\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r},t) \simeq \beta_{\mathbf{k}n} l \, \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)} e^{(-i\omega+\delta)t}$$

где введен фактор усиления вынужденного излучения на единицу длины

$$\beta_{\mathbf{k}n} = \frac{i\alpha\omega_{\mathbf{k}n}^{(T)} F_1(\mathbf{k},n)}{2v_g(\mathbf{k},n)}$$

Вынужденное излучение фотонных кристаллов. Второе приближение

в самосогласованном случае необходимо учесть волну поляризации $\mathbf{P}_{st}^{(2)}(\mathbf{r},t)$,

наведенную полем $\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r},t)$:

$$\mathbf{P}_{st}^{(2)}(\mathbf{r},t) = \alpha\rho(\mathbf{r})\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r},t)$$

вынужденная волна $\mathbf{E}^{(2)}(\mathbf{r},t)$, индуцированная поляризацией $\mathbf{P}_{st}^{(2)}(\mathbf{r},t)$

вычисляется аналогично:

$$\mathbf{E}^{(2)}(\mathbf{r},t) \simeq \frac{1}{2}\beta_{\mathbf{k}n}^{2} l^{2}\, \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)} e^{(-i\omega+\delta)\,t}$$

(1/2 - из-за линейного возрастания поля $\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r},t)$ от оптического пути)

полное самосогласованное вынужденное поле задается рядом

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{E}^{(j)}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{j!}\beta_{\mathbf{k}n}^{j} l^{j}\, \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)}(\mathbf{r}) e^{\left(-i\omega_{\mathbf{k}n}^{(T)}+\delta\right)t} =$$

$$= \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)}(\mathbf{r}) e^{\left(\beta_{\mathbf{k}n} l - \left(i\omega_{\mathbf{k}n}^{(T)}+\delta\right)t\right)}$$

усиление электромагнитной волны при прохождении через фотонный кристалл определяется действительной частью фактора усиления

$$\mathrm{Re}\left[\beta_{\mathbf{k}n}\right] = -\frac{\mathrm{Im}[\alpha]\,\omega_{\mathbf{k}n}^{(T)} F_1(\mathbf{k},n)}{2v_g(\mathbf{k},n)}$$

Спонтанное vs. вынужденного излучения в фотонных кристаллах

поле вынужденного излучения

$$\mathbf{E}_{st}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)}(\mathbf{r}) e^{\left(\beta_{\mathbf{k}n} l - \left(i\omega_{\mathbf{k}n}^{(T)} + \delta\right) t\right)}$$

- усиление в области аномально малой групповой скорости $\beta_{\mathbf{k}n} \propto \dfrac{1}{v_g(\mathbf{k}, n)}$

энергия спонтанного излучения

$$U \simeq \frac{\pi\omega^2}{V} \overline{\left| \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)\star}(\mathbf{r}_0) \right|^2} \int_0^\infty D(\omega') \delta\left(\omega - \omega'\right) d\omega' = \frac{\pi\omega^2}{V} \overline{\left| \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)\star}(\mathbf{r}_0) \right|^2} D(\omega)$$

- подавление в области аномально малой плотности мод

Параметрические нелинейно-оптические эффекты
(напоминание)

1. $\sum \omega_i = 0$ - закон сохранения энергии

2. $\sum \mathbf{k}_i = 0$ - закон сохранения импульса, условие фазового синхронизма

возможны случаи:

процессы на $\hat{\chi}^{(2)}$ и $\hat{\chi}^{(3)}$

вырожденные и невырожденные процессы

коллинеарные и неколлинеарные процессы

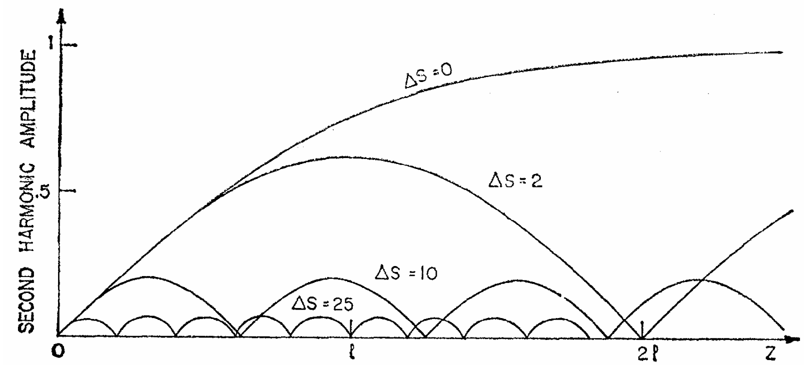


FIG. 5. The growth of the second-harmonic amplitude for varying degrees of phase mismatch.

Проблематика фазового синхронизма

например, для генерации второй гармоники условие фазового синхронизма имеет вид: $n_\omega = n_{2\omega}$

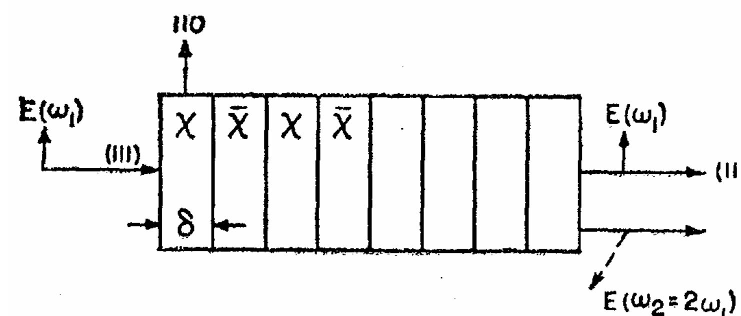
в однородных кристаллах с нормальной дисперсией $n_\omega < n_{2\omega}$

1. одноосный отрицательный кристалл

$n^o_\omega = n^e_{2\omega}$ - тип 1

$n^o_\omega + n^e_\omega = 2n^e_{2\omega}$ - тип 2

2. сегнетоэлектрик с инвертированными доменами

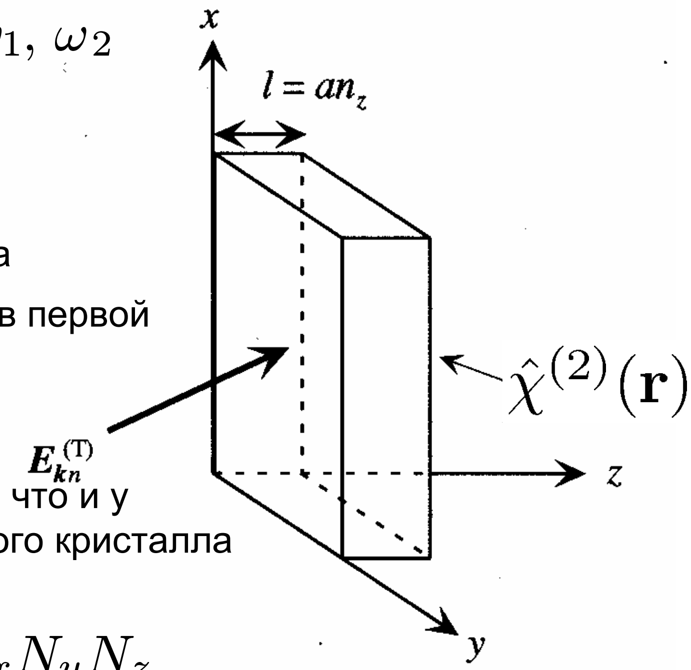


N. Bloembergen; Phys. Rev. (1962)

Постановка задачи о сложении частот в фотонных кристаллах

постановка: вычисление интенсивности излучения суммарной частоты в фотонном кристалле с квадратичной восприимчивостью $\hat{\chi}^{(2)}(\mathbf{r})$

$\mathbf{E}_1(\omega_1),\ \mathbf{E}_2(\omega_2)$ - бигармоническая накачка с частотами $\omega_1,\ \omega_2$



приближения:

1. приближение заданной накачки
2. $\mathbf{E}_1(\omega_1),\ \mathbf{E}_2(\omega_2)$ являются модами фотонного кристалла

   $\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}_1 n_1}(\mathbf{r}),\ \mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}_2 n_2}(\mathbf{r})$ $\quad$ $\mathbf{k}_1,\ \mathbf{k}_2$ - волновые векторы мод в первой зоне Бриллюэна

   $n_1,\ n_2$ - номера зон Бриллюэна
3. $\xi\hat{\chi}^{(2)}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r})$ -пространственная периодичность квадратичной восприимчивости такая же, что и у диэлектрической проницаемости фотонного кристалла
4. рассматриваем случай фотонного кристалла с простой кубической решеткой с периодом a и объемом $V = a^3 N_x N_y N_z$
5. вдоль направления z примесь занимает длину $l = an_z$

Нелинейная поляризация фотонного кристалла, возбужденная в точке $(\mathbf{r}, t)$ модами электромагнитного поля $\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}_1 n_1}(\mathbf{r}),\ \mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}_2 n_2}(\mathbf{r})$ имеет вид:

$$\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} A^2 \hat{\chi}^{(2)}(\mathbf{r}) : \mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}_1 n_1}(\mathbf{r}) \mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}_2 n_2}(\mathbf{r}) e^{(-i\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_1 n_1} - i\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_2 n_2} + \delta)\, t}$$

$\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_1 n_1},\ \omega^{(T)}_{\mathbf{k}_2 n_2}$ - частоты мод накачки $\qquad$ A - амплитуда каждой из волн накачки

δ - малая константа диссипации

Решение неоднородного волнового уравнения для генерации суммарной частоты

решение неоднородного волнового уравнения
с наведенной поляризацией $\mathbf{P}(\mathbf{r},t)$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t)+\frac{\mathbf{P}(\mathbf{r},t)}{\varepsilon(\mathbf{r})}=$$

$$=\frac{1}{V}\sum_{\mathbf{k}n}\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r})\int_V d\mathbf{r}'\int_{-\infty}^{t}dt'\mathbf{E}^{(T)\star}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}')\cdot\mathbf{P}(\mathbf{r}',t')\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}\sin\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}(t-t')$$

тогда для фотонного кристалла с простой кубической решеткой

$$\mathbf{E}_{NL}(\mathbf{r},t)=\frac{A^2V_0e^{(-i\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_1n_1}-i\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_2n_2}+\delta)t}}{4V}\sum_{\mathbf{k}n}\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r})\times$$

$$\sum_{j_1=0}^{N_x-1}\sum_{j_2=0}^{N_y-1}\sum_{j_3=0}^{n_z-1}e^{ia(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2-\mathbf{k})\cdot\mathbf{j}}\;F_2(\mathbf{k}n,\mathbf{k}_1n_1,\mathbf{k}_2n_2)\times$$

$$\times\left(\frac{1}{\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_1n_1}+\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_2n_2}+\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}+i\delta}-\frac{1}{\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_1n_1}+\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_2n_2}-\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}+i\delta}\right)$$

где эффективная квадратичная восприимчивость, нормированная на моды полей накачки

$$F_2(\mathbf{k}n,\mathbf{k}_1n_1,\mathbf{k}_2n_2)=\frac{1}{V_0}\int_{V_0}\mathbf{E}^{(T)\star}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r})\cdot\hat{\chi}^{(2)}(\mathbf{r}):\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}_1n_1}(\mathbf{r})\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}_2n_2}(\mathbf{r})d\mathbf{r}$$

$V_0=a^3$ -объем элементарной ячейки фотонного кристалла

Условие фазового синхронизма в фотонных кристаллах

из условия периодичности граничных условий для функций $\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}_1 n_1}$, $\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}_2 n_2}$ и $\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k} n}$

$$\sum_{j_1=0}^{N_x-1}\sum_{j_2=0}^{N_y-1}\sum_{j_3=0}^{n_z-1} e^{ia(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2-\mathbf{k})\cdot\mathbf{j}} = N_x N_y \bar{\delta}_{k_x, k_{1x}+k_{2x}} \bar{\delta}_{k_y, k_{1y}+k_{2y}}$$

$$\exp(ia(n_z-1)\Delta k_z/2)\cdot\frac{\sin(an_z\Delta k_z/2)}{\sin(a\Delta k_z/2)},$$

где $\Delta k_z = k_{1z} + k_{2z} - k_z$ и $\bar{\delta}_{kk'} = \begin{cases} 1, & k' = k + 2\pi j/a \\ 0. & \end{cases}$

при больших n_z и при $\Delta k_z \to \dfrac{2\pi j}{a}$ резонансно возрастает следующий предел:

$$\lim_{\Delta k_z \to \frac{2\pi j}{a}} \frac{\sin(an_z\Delta k_z/2)}{\sin(a\Delta k_z/2)} = n_z,$$

т.е. основные вклады будет при выполнении условия $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{G}$

$\mathbf{G}$ - произвольный вектор обратной решетки фотонного кристалла

Усиление генерации суммарной частоты в фотонных кристаллах и аномальность групповой скорости

введем групповую скорость моды $\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}n}$ излучения суммарной частоты в направлении z :

$$v_g(\mathbf{k},n) = \frac{\partial \omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}}{\partial k_z}$$

тогда от суммирования по $\mathbf{k}$ можно перейти к интегрированию по частоте $\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}$:

$$\sum_{\mathbf{k}n} \to \int_{V_0} \frac{d\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}}{v_g(\mathbf{k}n)}$$

и выражение для поля суммарной частоты принимает вид:

$$\mathbf{E}_{NL}(\mathbf{r},t) \approx \frac{iaA^2\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n} F_2(\mathbf{k}n,\mathbf{k}_1n_1,\mathbf{k}_2n_2)}{4v_g(\mathbf{k},n)} \times$$
$$\times \mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}n} e^{-i\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}t} e^{ia(n_z-1)\Delta k_z/2} \frac{\sin(an_z\Delta k_z/2)}{\sin(a\Delta k_z/2)}$$

условия усиления

малость групповой скорости

фазовый синхронизм

симметрия нелинейной восприимчивости и модового состава поля

$$\left(\frac{1}{\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_1n_1}+\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_2n_2}+\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}+i\delta} - \frac{1}{\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_1n_1}+\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_2n_2}-\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}+i\delta}\right) \approx$$
$$\approx 2\pi i\delta\left(\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_1n_1}+\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_2n_2}-\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}\right)$$

$$\mathbf{E}_{NL}(\mathbf{r},t) = \frac{A^2V_0e^{(-i\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_1n_1}-i\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_2n_2}+\delta)t}}{4V}\sum_{\mathbf{k}n}\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}\mathbf{E}^{(T)}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r})\times$$
$$\sum_{j_1=0}^{N_x-1}\sum_{j_2=0}^{N_y-1}\sum_{j_3=0}^{n_z-1} e^{ia(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2-\mathbf{k})\cdot\mathbf{j}}\, F_2(\mathbf{k}n,\mathbf{k}_1n_1,\mathbf{k}_2n_2)\times$$
$$\times\left(\frac{1}{\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_1n_1}+\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_2n_2}+\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}+i\delta} - \frac{1}{\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_1n_1}+\omega^{(T)}_{\mathbf{k}_2n_2}-\omega^{(T)}_{\mathbf{k}n}+i\delta}\right)$$

Усиление интенсивности излучения суммарной частоты в фотонных кристаллах

окончательно:

$$\left|\mathbf{E}_{NL}(\mathbf{r},t)\right|^2 \approx \frac{a^2 A^4 \omega_{\mathbf{k}n}^{(T)2} \left|F_2(\mathbf{k}n,\mathbf{k}_1 n_1,\mathbf{k}_2 n_2)\right|^2}{16 v_g^2(\mathbf{k},n)} \times$$

$$\times \left|\mathbf{E}_{\mathbf{k}n}^{(T)}\right|^2 \frac{\sin^2\left(a n_z \Delta k_z/2\right)}{\sin^2\left(a \Delta k_z/2\right)}.$$

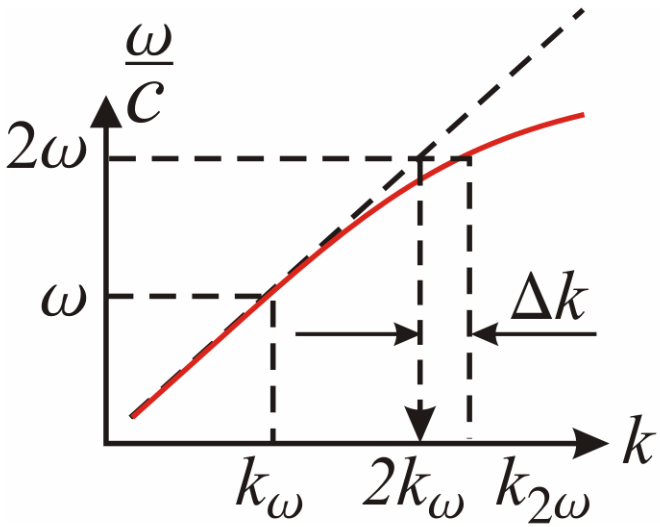
отметим, что

1. $\left|\mathbf{E}_{NL}(\mathbf{r},t)\right|^2 \propto n_z^2$ при $\Delta k_z = 0$
2. $\left|\mathbf{E}_{NL}(\mathbf{r},t)\right|^2 \propto A^4$
3. $\left|\mathbf{E}_{NL}(\mathbf{r},t)\right|^2 \propto v_g^{-2}$

Фазовый синхронизм при генерации второй гармоники на краю фотонной запрещенной зоны

наглядное представление выполнения синхронизма на законе дисперсии

однородный диэлектрик



фотонный кристалл