

# Пропускание и отражение двумерными фотонными кристаллами

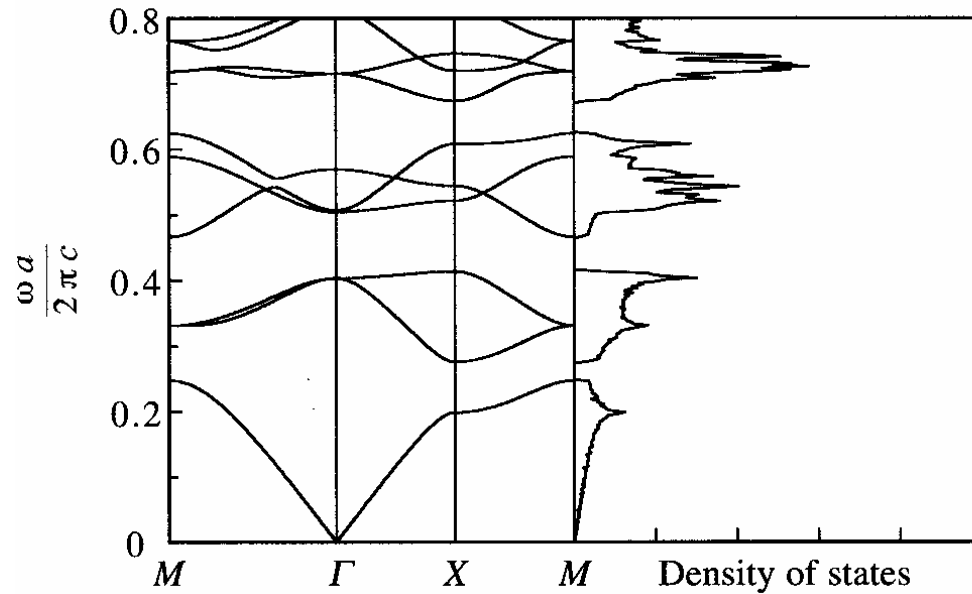
1. пропускание и отражение двумерных фотонных кристаллов с квадратной решеткой
2. пропускание и отражение двумерных фотонных кристаллов с гексагональной решеткой

# Зонная структура двумерных фотонных кристаллов с квадратной решеткой

зонная структура

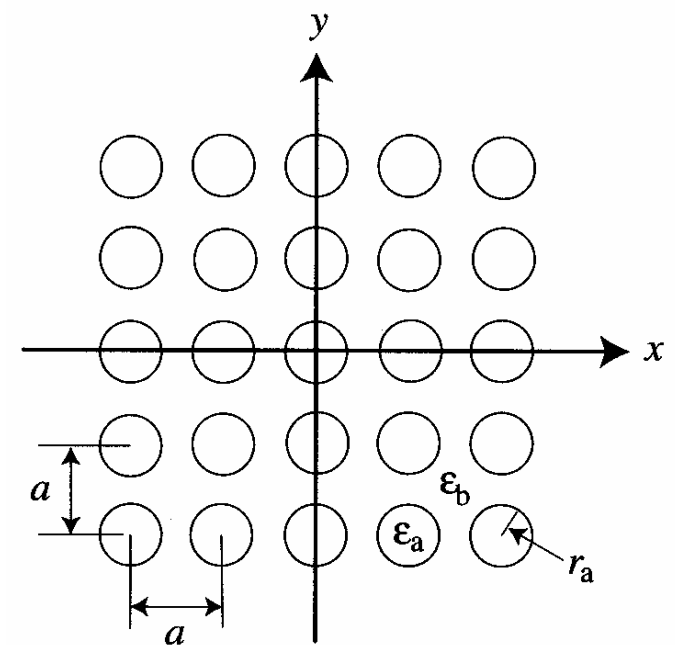
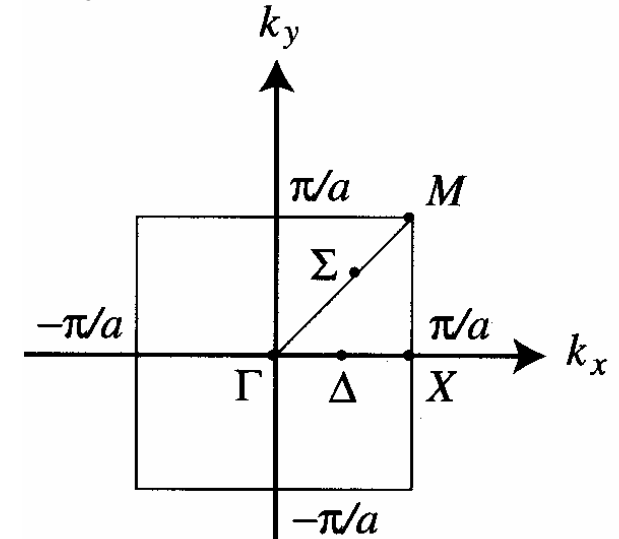
(напоминание)

двумерная зона Бриллюэна



$$\varepsilon_a = 9, \varepsilon_b = 1 \quad r_a/a = 3.8/10$$

1. три полных 2D ФЗЗ
2. плоские зоны в  $\Sigma$  (#7 и #8) и в  $\Delta$  (#3 и #4) (малая групповая скорости)
3. вырождение зон в точках  $\Gamma$



# Отражение и пропускание двумерного фотонного кристалла: брэгговские волны

рассмотрим двумерный волновой вектор

$$\mathbf{k}_i = (k_x, k_{1y}, 0) = (k_1 \sin \theta, k_1 \cos \theta, 0)$$

$$k_1 = \sqrt{\epsilon_1} \omega / c - \text{волновое число}$$

Отражение и пропускание -  
суперпозиция брэгговских волн  
с волновыми векторами

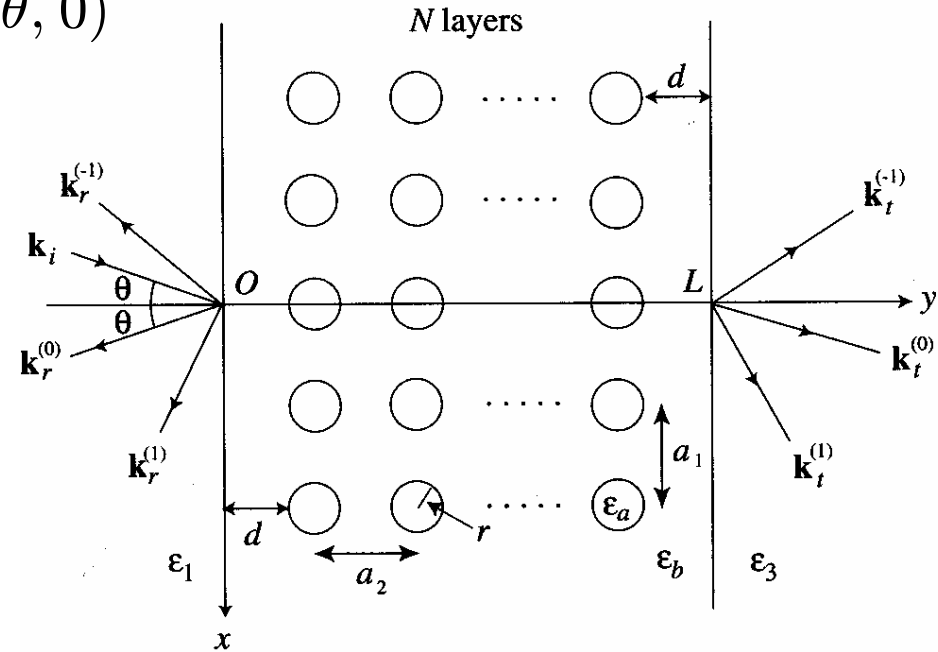
$$\mathbf{k}_r^{(n)}, \mathbf{k}_t^{(n)} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots)$$

$n$  - порядок брэгговской волны  
(порядок дифракции)

тангенциальные компоненты  
волновых векторов брэгговских волн

$$k_{r,x}^{(n)} = k_{t,x}^{(n)} = k_x^{(n)} = k_x + G_n$$

$$\text{где } G_n = 2\pi n / a, \quad n = \pm 1, \pm 2 \dots$$



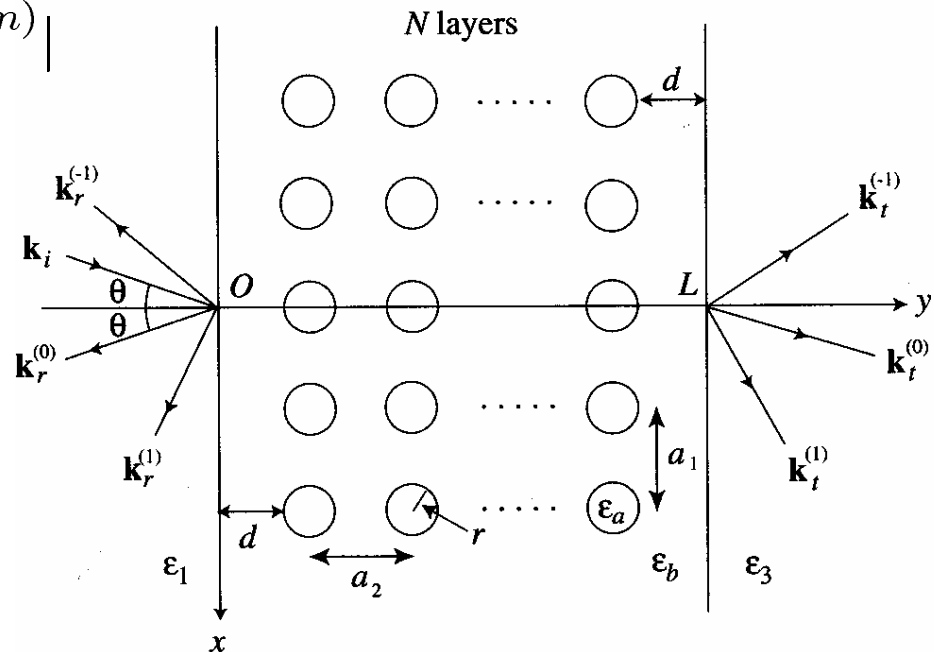
-вектор обратной решетки,  
направленный вдоль оси  $x$

# Отражение и пропускание двумерного фотонного кристалла: брэгговские волны

нормальные компоненты волновых векторов

$$k_{r,y}^{(n)} = \begin{cases} -\sqrt{k_1^2 - (k_x^{(n)})^2}, & k_1 \geq |k_x^{(n)}| \\ -i\sqrt{(k_x^{(n)})^2 - k_1^2}, & k_1 < |k_x^{(n)}| \end{cases} \quad \text{- отраженные брэгговские волны}$$

$$k_{t,y}^{(n)} = \begin{cases} \sqrt{k_3^2 - (k_x^{(n)})^2}, & k_3 \geq |k_x^{(n)}| \\ -i\sqrt{(k_x^{(n)})^2 - k_3^2}, & k_3 < |k_x^{(n)}| \end{cases} \quad \text{- прошедшие брэгговские волны}$$



# Метод разложения по плоским волнам для расчета отражения и пропускания двумерных фотонных кристаллов

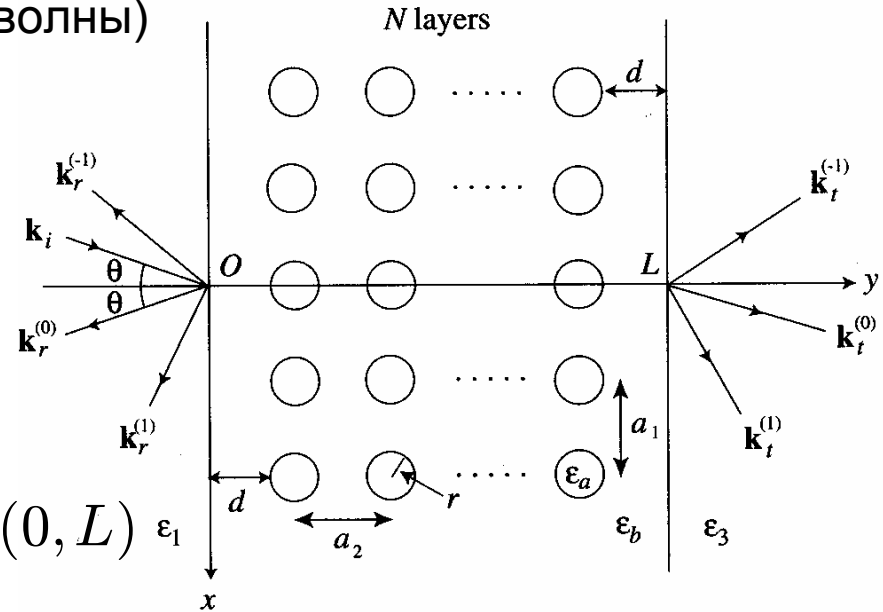
(случай s-волны)

Поле в  $y = -0$  :

$$E_{1z}(\mathbf{r}) = E_0 e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{i\mathbf{k}_r^{(n)} \cdot \mathbf{r}}$$

поле в  $y = L + 0$  :

$$E_{3z}(\mathbf{r}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n e^{i\mathbf{k}_t^{(n)} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{L})} \quad \text{где } \mathbf{L} = (0, L)$$



Двумерное волновое уравнение внутри фотонного кристалла:

$$\Delta_E E_{2z}(\mathbf{r}) \equiv \left\{ \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \right\} E_{2z}(\mathbf{r}) = 0$$

ищем функцию  $f_E(x, y)$  в форме:

$$f_E(x, y) \equiv \frac{1}{L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{yT_n + (L - y)(\delta_{n0}E_0 + R_n)\} e^{ik_x^{(n)}x}$$

с граничными условиями

$$f_E(x, 0) = E_{1z}(x, 0) \quad \text{и} \quad f_E(x, L) = E_{3z}(x, L)$$

## Решение волнового уравнения в двумерном фотонном кристалле

определим функцию  $\psi_E(x, y)$  как  $\psi_E(x, y) = E_{2z}(x, y) - f_E(x, y)$

с граничными условиями  $\psi_E(x, 0) = \psi_E(x, L) = 0$

запишем волновое уравнение в виде  $\Lambda_E \psi_E(x, y) = -\Lambda_E f_E(x, y)$

используя фурье-разложения

$$\psi_E(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm} e^{ik_x^{(n)}x} \sin \frac{m\pi}{L}y \quad \text{и} \quad \frac{1}{\varepsilon(x, y)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \xi_{nm} e^{i(G_n x + \frac{m\pi}{L}y)}$$

$$1 = \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^m}{m} \sin \frac{m\pi}{L}y \quad \text{и} \quad \frac{y}{L} = \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{m} \sin \frac{m\pi}{L}y$$

волновое уравнение принимает вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\omega^2}{c^2} A_{nm} + \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=1}^{\infty} \left\{ \left( k_x^{(n')} \right)^2 + \left( \frac{m'\pi}{L} \right)^2 \right\} (\xi_{n-n', m+m'} - \xi_{n-n', |m-m'|}) A_{n'm'} = \\ & = - \frac{2\omega^2}{\pi c^2} \frac{(-1)^{m-1} T_n + R_n + \delta_{n0} E_0}{\pi} + \\ & + \frac{2}{\pi} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \left( k_x^{(n')} \right)^2 \sum_{m'=1}^{\infty} (\xi_{n-n', |m-m'|} - \xi_{n-n', m+m'}) \frac{(-1)^{m'-1} T_{n'} + R_{n'} + \delta_{n'0} E_0}{m'} \end{aligned}$$

# Решение волнового уравнения в двумерном фотонном кристалле: граничные условия

граничные условия

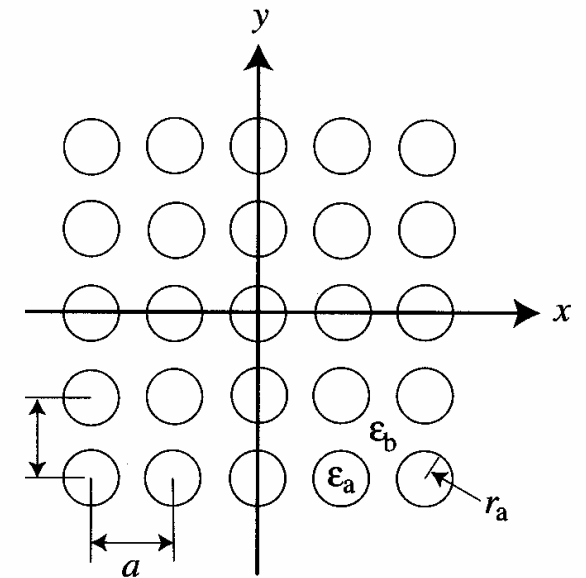
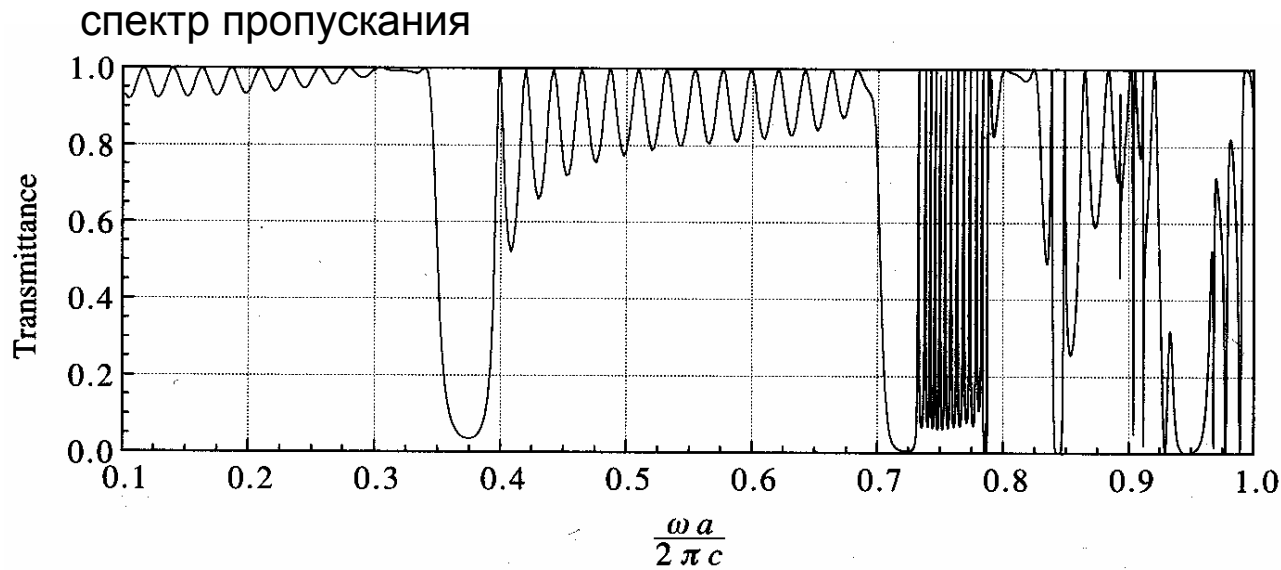
$$\pi \sum_{m=1}^{\infty} m A_{nm} = \left( iLk_{r,y}^{(n)} + 1 \right) R_n - T_n + \delta_{n0} E_0 (iLk_{1,y} + 1)$$

$x$  - компонента  
магнитного поля  
в  $y = 0$

$$\pi \sum_{m=1}^{\infty} m (-1)^m A_{nm} = R_n + \left( iLk_{t,y}^{(n)} - 1 \right) T_n + \delta_{n0} E_0$$

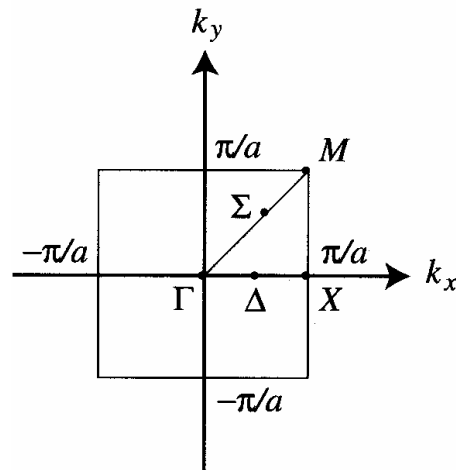
$x$  - компонента  
магнитного поля  
в  $y = L$

# Спектр пропускания двумерного фотонного кристалла с квадратной решеткой

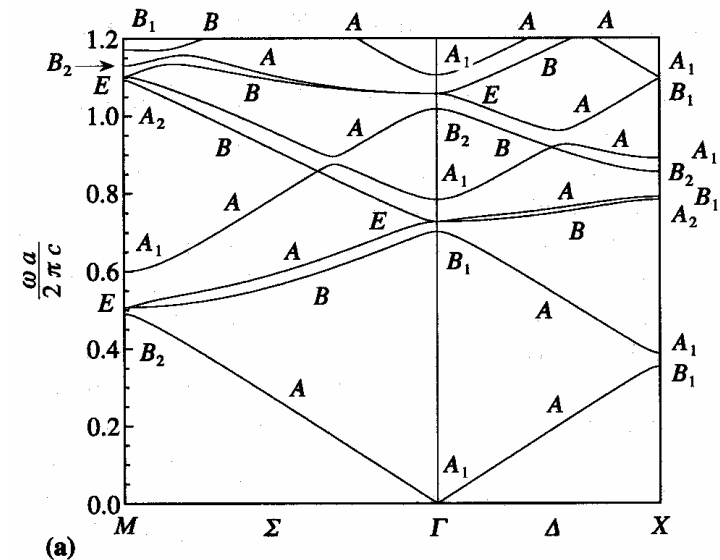


$$\epsilon_a = 1.0, \epsilon_b = 2.1 \quad \epsilon_1 = \epsilon_3 = 1.0$$

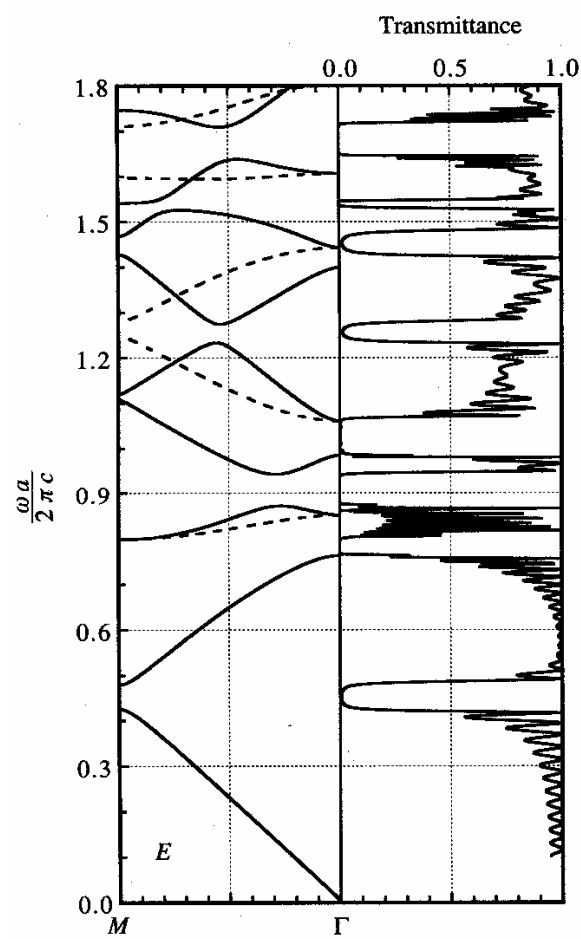
нормальное падение  
направление  $\Delta$



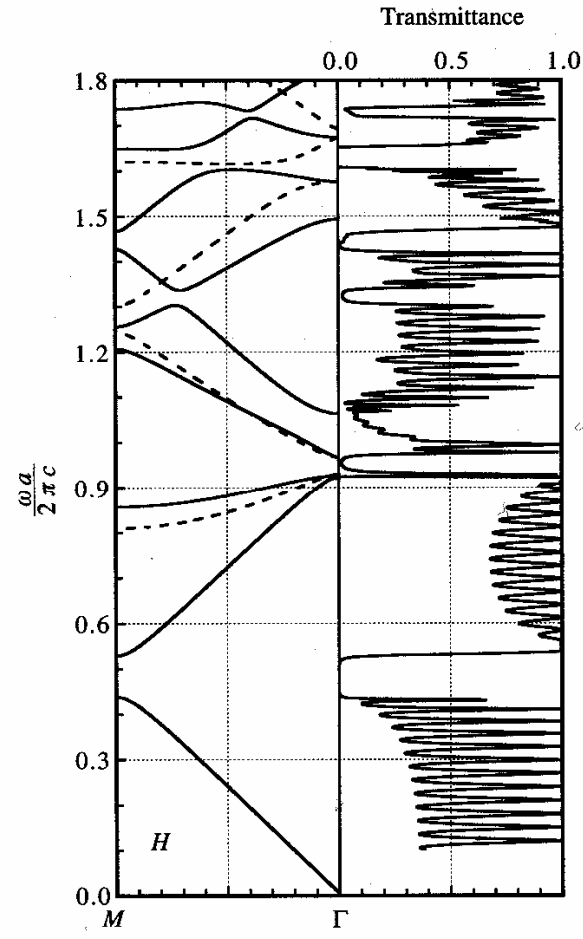
## зонная структура



# Спектр пропускания двумерного фотонного кристалла с гексагональной решеткой



(a)



(b)

$$\epsilon_a = 1.0, \epsilon_b = 2.7$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_3 = 1.0$$

нормальное падение

направление  $\Sigma$

