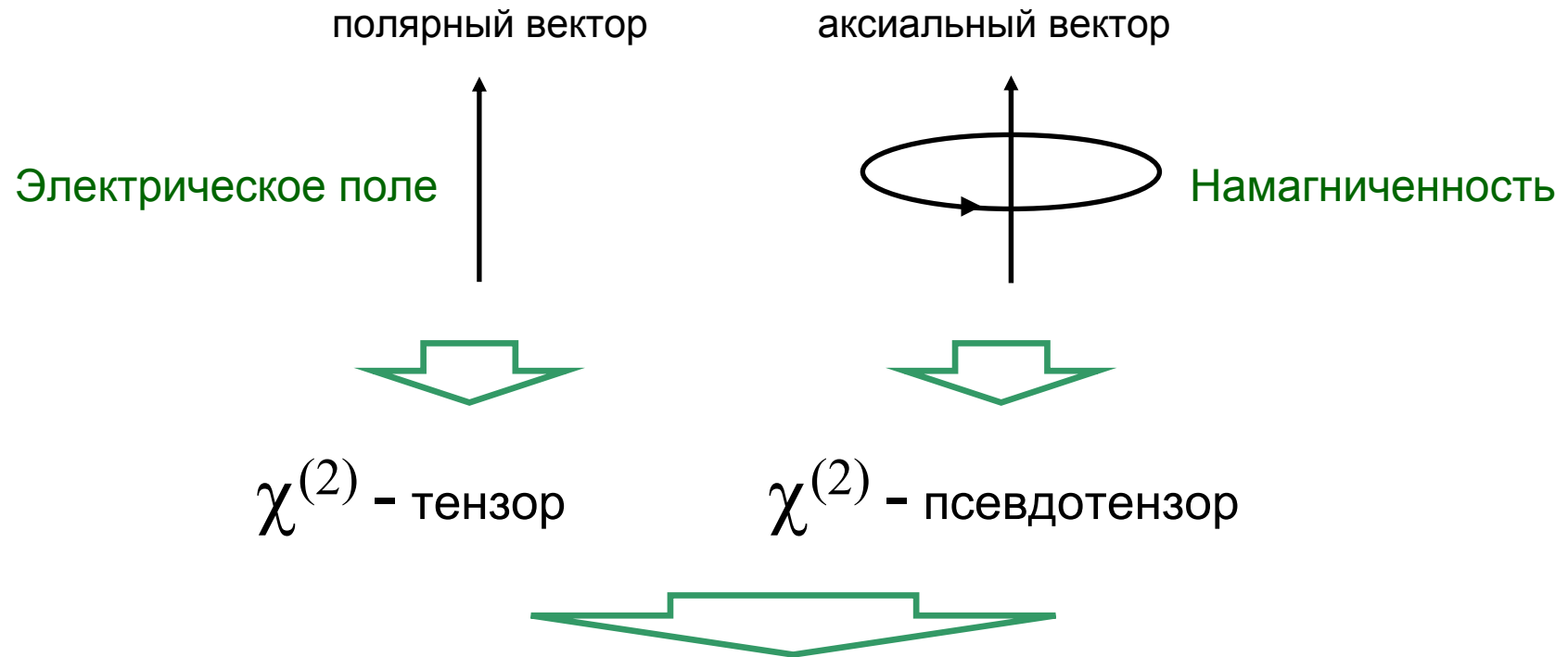
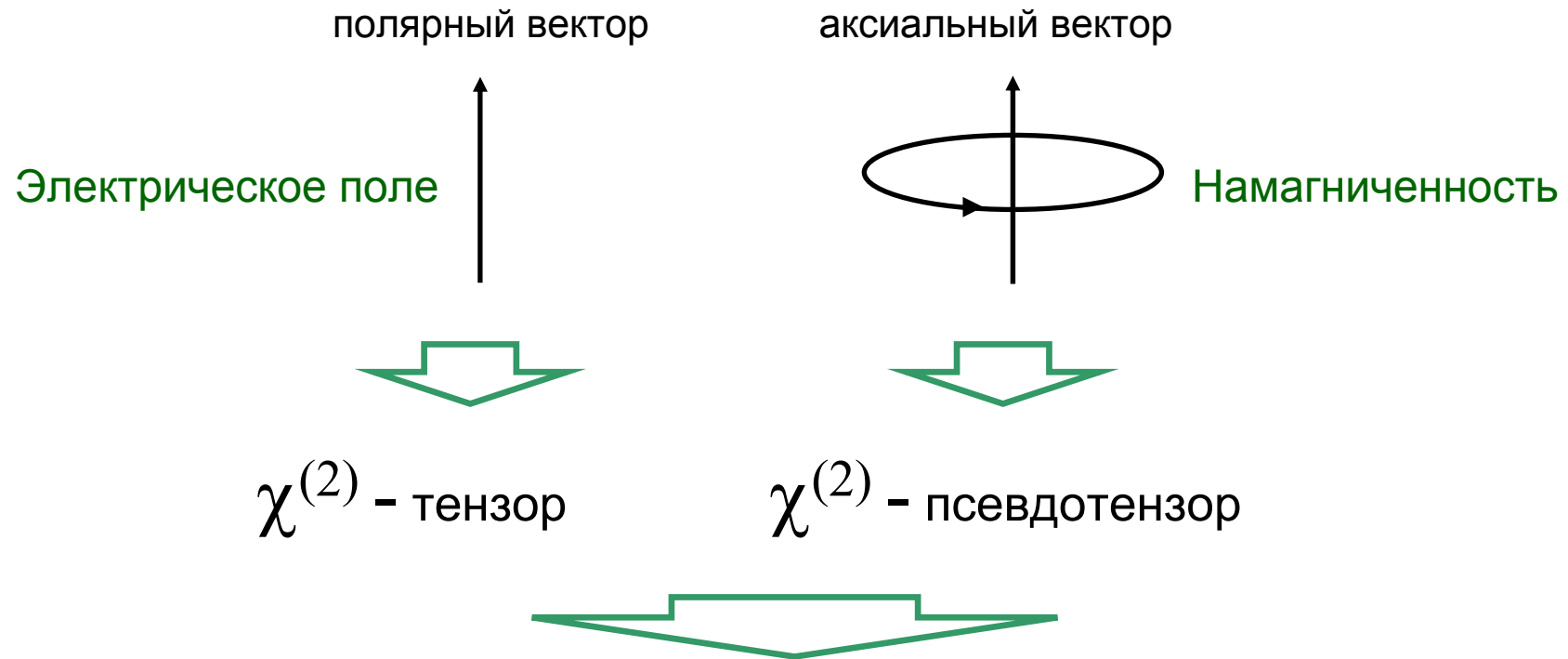


# Полярные и аксиальные векторы



разные симметричные правила запрета на тензоры

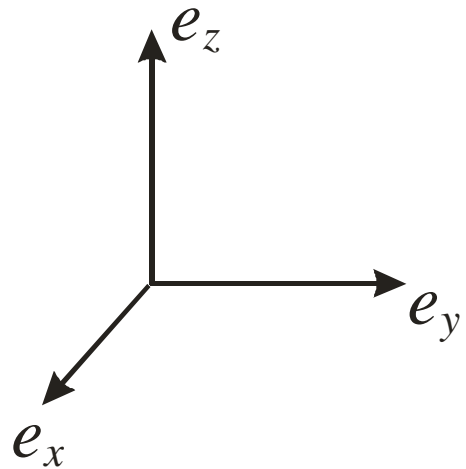
# Полярные и аксиальные векторы



разные симметричные правила запрета на тензоры

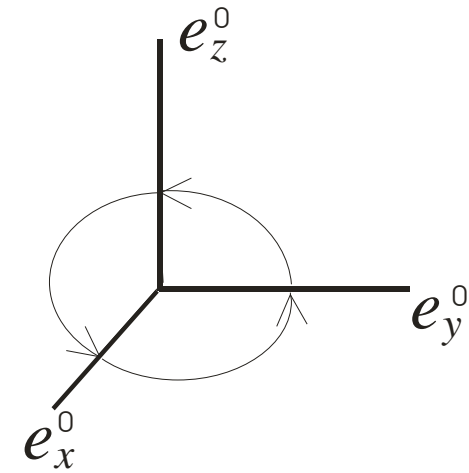
# Полярные и аксиальные векторы, обобщенный базис

полярный базис



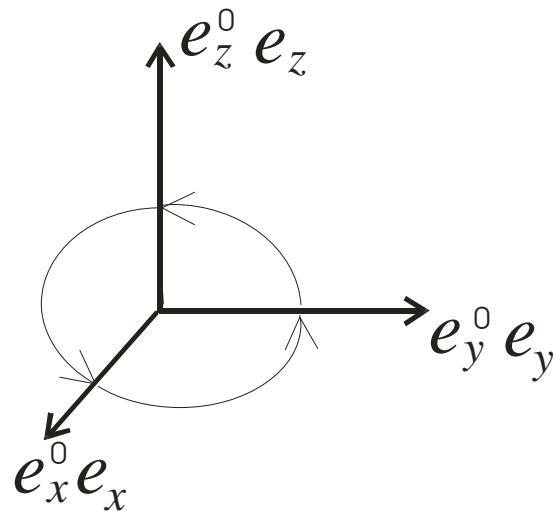
заданы направления векторов

аксиальный базис



заданы направления вращения  
(направления обхода)  
x - y - z

обобщенный базис



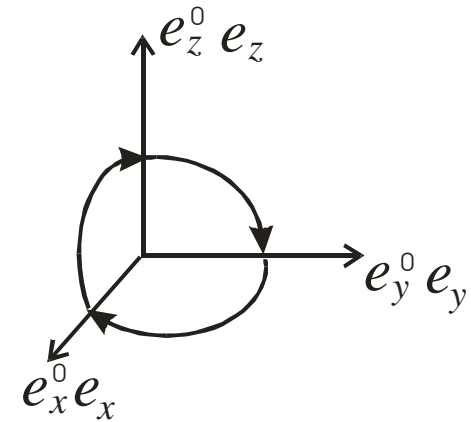
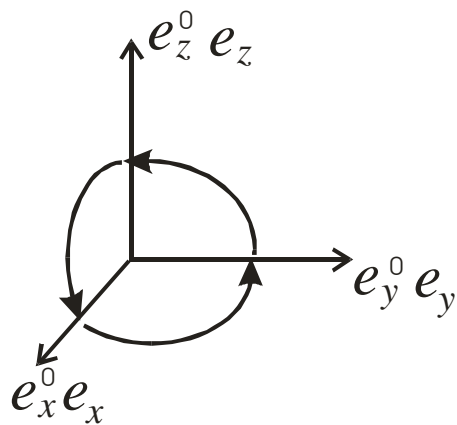
# Элементы антисимметрии

введем новую операцию симметрии – обращение времени  $1'$

преобразования базиса

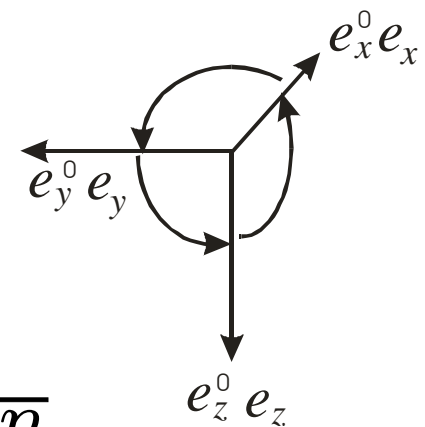
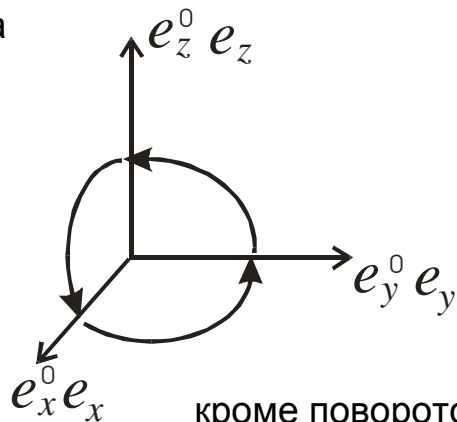
при инверсии  
времени

$1'$  :



при инверсии  
пространства

$\bar{1}$  :



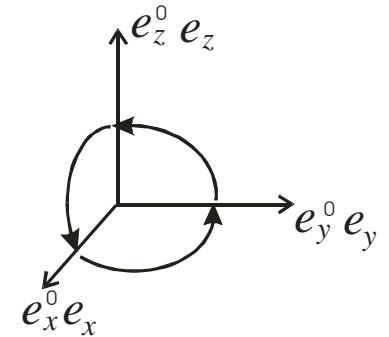
кроме поворотов  $n$  и инверсионных поворотов  $\bar{n}$

появляются антиповороты  $1'n$  и инверсионные антиповороты  $1'\bar{n}$

# Преобразование обобщенного базиса

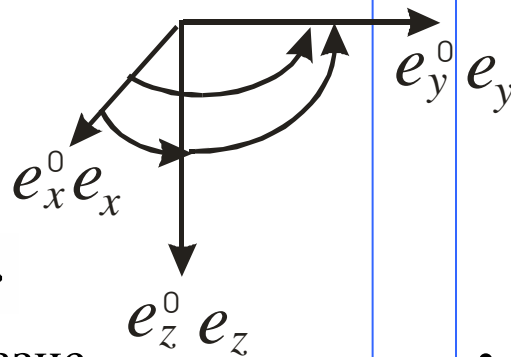
При симметрии относительно плоскости XOY

При повороте на 90 градусов вокруг оси z



- полярный базис

$$\begin{aligned}\tilde{e}_x &= e_x, \\ \tilde{e}_y &= e_y, \\ \tilde{e}_z &= -e_z.\end{aligned}$$



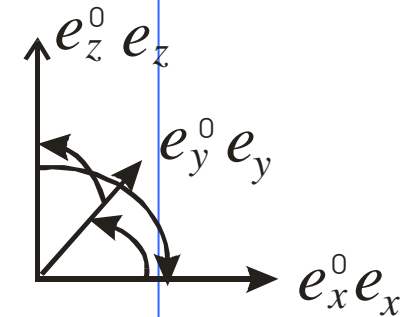
- аксиальный базис

$$\begin{aligned}\tilde{e}_x^o &= -e_x^o, \\ \tilde{e}_y^o &= -e_y^o, \\ \tilde{e}_z^o &= e_z^o.\end{aligned}$$

$$m_y = \bar{2} = -m_y^o = -\bar{2}^o$$

- полярный базис

$$\begin{aligned}\tilde{e}_x &= e_y, \\ \tilde{e}_y &= -e_x, \\ \tilde{e}_z &= e_z.\end{aligned}$$



- аксиальный базис

$$\begin{aligned}\tilde{e}_x^o &= e_y^o, \\ \tilde{e}_y^o &= -e_x^o, \\ \tilde{e}_z^o &= e_z^o.\end{aligned}$$

$$4_z = 4_z^o$$

# Нелинейные магнитооптические эффекты

Линейные магнитооптические эффекты

## 1. Магнитооптический эффект Керра (отражение) $l \propto \lambda$

экваториальный  $\mathbf{M} \parallel y$

меридиональный  $\mathbf{M} \parallel x$

полярный  $\mathbf{M} \parallel z$

## 2. Эффект Фарадея (на просвет) $l \propto d$

# ГЕНЕРАЦИЯ МАГНИТОИНДУЦИРОВАННОЙ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ

## МЕТОД ЭФФЕКТИВНЫХ КОМПОНЕНТ

$$P_i(2\omega) = (\chi_{ijk}^{(2),even}(\mathbf{M}) + \chi_{ijk}^{(2),odd}(\mathbf{M})) E_j(\omega) E_k(\omega).$$

тензор

тензор/псевдотензор

$$\chi_{ijk}^{(2),even}(\mathbf{M}) = \chi_{ijk}^{(2),cr} + \chi'_{ijk}{}^{(2),even}(\mathbf{M})$$

# ГЕНЕРАЦИЯ МАГНИТОИНДУЦИРОВАННОЙ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ

МЕТОД РАЗЛОЖЕНИЯ В РЯД

$$P_i^{(2)}(2\omega, \mathbf{M}) =$$

$$\chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \chi_{ijkL}^{(2,1)} E_j E_k M_L + \chi_{ijkLM}^{(2,2)} E_j E_k M_L M_M + \dots$$

тензор

псевдотензор

~~тензор~~

## ГЕНЕРАЦИЯ МАГНИТОИНДУЦИРОВАННОЙ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ

1. Следующие компоненты тензора квадратичной восприимчивости ( $P^m = \chi_{ij}^m E^i E^j$ ) отличны от нуля:

(а) для 2m, 4m (знак “=” справедлив только для 4m):

$$\begin{aligned} & \chi_{zz}^z, \\ \chi_{xx}^z &= \chi_{yy}^z, \\ \chi_{xz}^x &= \chi_{yz}^y \end{aligned} \quad (5)$$

(b) для m3m :

$$\chi_{ij}^m = 0 \quad (6)$$

2. Следующие компоненты псевдотензора квадратичной восприимчивости ( $P^m = \chi_{ijL}^m E^i E^j M^L$ ) отличны от нуля:

(а) для 2m, 4m (знак “=” справедлив только для 4m):

$$\begin{aligned} & \chi_{xyz}^z = 0, \\ \chi_{yyY}^x &= -\chi_{xxX}^y, \chi_{xzZ}^y = -\chi_{yzZ}^x, \\ \chi_{xxY}^x &= -\chi_{yyX}^y, \chi_{xyY}^y = -\chi_{yxX}^x, \\ \chi_{zzY}^x &= -\chi_{zzX}^y, \chi_{xzY}^z = -\chi_{yzX}^z \end{aligned} \quad (7)$$

(b) для m3m :

$$\chi_{ijL}^m = 0 \quad (8)$$

# ГЕНЕРАЦИЯ МАГНИТОИНДУЦИРОВАННОЙ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ

## ГЕОМЕТРИИ МАГНИТНЫХ ЭФФЕКТОВ

вращение плоскости поляризации  
волны ВГ

$$\vartheta_{\text{Керр}}^{2\omega} = \text{Arctg} \frac{E_s}{E_p},$$

интенсивностный эффект

$$I_{2\omega}(\pm M) = \left| E_p^{\text{cryst}} + E_p^M(\pm M) \right|^2 = \\ (E_p^{\text{cryst}})^2 + (E_p^M)^2 \pm 2E_p^{\text{cryst}} E_p^M$$

	$\times M^x$	$\times M^y$	$\times M^z$	$\times 1$
$s \longrightarrow s$	$\chi_{yyX}^y$	0	0	0
$s \longrightarrow p$	0	$\chi_{yyY}^x$	0	$\chi_{yy}^z$
$p \longrightarrow s$	$\chi_{xxX}^y, \chi_{zzX}^y$	0	$\chi_{xzZ}^y$	0
$p \longrightarrow p$	0	$\chi_{xxY}^x, \chi_{zzY}^x, \chi_{xzY}^z$	0	$\chi_{zz}^z, \chi_{zx}^x, \chi_{xx}^z$
$mix \longrightarrow s$	0	$\chi_{xyY}^y$	0	$\chi_{zy}^y$
$mix \longrightarrow p$	$\chi_{yzX}^z, \chi_{yxX}^x$	0	$[[\chi_{xyZ}^z]], \chi_{yzZ}^x$	0

## ГЕНЕРАЦИЯ МАГНИТОИНДУЦИРОВАННОЙ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ

$$P_i^{(3)}(3\omega, \mathbf{M}) =$$

$$\chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \chi_{ijklM}^{(3,1)} E_j E_k E_l M_M + \chi_{ijklMN}^{(3,2)} E_j E_k E_l M_M M_N + \dots$$

## ГЕНЕРАЦИЯ МАГНИТОИНДУЦИРОВАННОЙ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ

3. Следующие компоненты тензора кубической восприимчивости ( $P^m = \chi_{ijk}^m E^i E^j E^k$ ) отличны от нуля:

(a) для 2m, 4m (знак “=” справедлив только для 4m):

$$\begin{aligned} & \chi_{zzz}^z, \\ & \chi_{xxx}^x = \chi_{yyy}^y, \\ & \chi_{zxx}^z = \chi_{zyy}^z, \\ & \chi_{xyy}^x = \chi_{yxx}^y, \\ & \chi_{xzz}^x = \chi_{yzz}^y \end{aligned} \quad (9)$$

(b) для m3m :

$$\begin{aligned} & \chi_{zzz}^z = \chi_{xxx}^x = \chi_{yyy}^y, \\ & \chi_{zxx}^z = \chi_{zyy}^z = \chi_{xyy}^x = \chi_{yxx}^y = \chi_{xzz}^x = \chi_{yzz}^y \end{aligned} \quad (10)$$

4. Следующие компоненты псевдотензора кубической восприимчивости ( $P^m = \chi_{ijkL}^m E^i E^j E^k M^L$ ) отличны от нуля:

(a) для 2m, 4m (знак “=” справедлив только для 4m):

$$\begin{aligned} & \chi_{xyzZ}^z = 0, \\ & \chi_{xyzY}^y = -\chi_{xyzX}^x, \\ & \chi_{xyyY}^z = -\chi_{xxyX}^z, \chi_{yyzY}^x = -\chi_{xxzX}^y, \chi_{yzzZ}^x = -\chi_{xzzZ}^y, \\ & \chi_{xxzY}^x = -\chi_{yyzX}^y, \chi_{xzzY}^z = -\chi_{yzzX}^z, \chi_{xyyZ}^y = -\chi_{xxyZ}^x, \\ & \chi_{zzzY}^x = -\chi_{zzzX}^y, \chi_{xxxY}^z = -\chi_{yyyX}^z, \chi_{xxxZ}^y = -\chi_{yyyZ}^x \end{aligned} \quad (11)$$

(b) для m3m :

$$\begin{aligned} & \chi_{xyyY}^z = -\chi_{xxyX}^z = -\chi_{yyzY}^x = \chi_{xxzX}^y = \chi_{yzzZ}^x = -\chi_{xzzZ}^y, \\ & \chi_{xxzY}^x = -\chi_{yyzX}^y = -\chi_{xzzY}^z = \chi_{yzzX}^z = \chi_{xyyZ}^y = -\chi_{xxyZ}^x, \\ & \chi_{zzzY}^x = -\chi_{zzzX}^y = -\chi_{xxxY}^z = \chi_{yyyX}^z = \chi_{xxxZ}^y = -\chi_{yyyZ}^x, \end{aligned} \quad (12)$$

# ГЕНЕРАЦИЯ МАГНИТОИНДУЦИРОВАННОЙ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ

## ГЕОМЕТРИИ МАГНИТНЫХ ЭФФЕКТОВ

	$\times M^x$	$\times M^y$	$\times M^z$	$\times 1$
$s \longrightarrow s$	0	0	0	$\chi_{yyy}^y$
$s \longrightarrow p$	$\chi_{yyy}^z X$	0	$\chi_{yyy}^x Z$	0
$p \longrightarrow s$	$\chi_{xxz}^y X, \chi_{zzz}^y X$	0	$\chi_{xzz}^y Z, \chi_{xxx}^y Z$	0
$p \longrightarrow p$	0	$\chi_{xzz}^z Y, \chi_{xxz}^x Y,$ $\chi_{xxx}^z Y, \chi_{zzz}^x Y$	0	$\chi_{zzz}^z, \chi_{xxx}^x,$ $\chi_{xxz}^z, \chi_{xzz}^x$
$mix \longrightarrow s$	$\chi_{yyz}^y X$	$[\chi_{xyz}^y Y]$	$\chi_{xyy}^y Z$	$\chi_{xxy}^y, \chi_{yzz}^y$
$mix \longrightarrow p$	$[\chi_{xyz}^x X],$ $\chi_{xxy}^z X, \chi_{yzz}^x X$	$\chi_{xyy}^z Y, \chi_{yyz}^x Y$	$[[\chi_{xyz}^z Z]]$ $\chi_{yzz}^x Z, \chi_{xxy}^x Z$	$\chi_{xxy}^x, \chi_{yyz}^z$