

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

Программа курса
4 курс, 7 семестр - 32 часа

Предварительная версия - сентябрь 2001 г.

Введение

Кинематика теории колебаний: модели регулярного движения. Расширение кинематики: модель хаотического движения - случайный процесс; описание движения усредненными характеристиками (средние значения, функции распределения, корреляционные функции, спектры).

Динамические системы. Потоки и отображения. Основные задачи теории динамических систем: задача Коши, исследование устойчивости, исследование структуры фазового пространства, исследование динамической системы.

Динамический хаос: общие понятия - экспоненциальная неустойчивость и показатель Ляпунова. Схема Бенеттина - Галгани - Стрелсина для численного определения (максимального) показателя Ляпунова. Корреляционные функции динамических переменных и перемешивание.

Простейшая модель хаотической динамики - линейный датчик случайных чисел; его основные характеристики. Связь скорости перемешивания с показателем Ляпунова.

Классификация динамических систем. Локальная диссипация для потоков и отображений. Консервативные и диссипативные системы.

1. Хаос в консервативных системах.

Неавтономные системы с одной степенью свободы с периодически зависящим от времени гамильтонианом. Отображение Пуанкаре за период. Отображения, сохраняющие площадь.

Стандартное отображение и его физический прототип - ротатор с периодическими толчками. Неподвижные точки. Матрица устойчивости, локальная устойчивость. Главный резонанс и сепаратриса. Расщепление сепаратрисы; гомо- и гетероклинные структура. Стохастическая (хаотическая) компонента, ее размерность. Мера стохастической компоненты в фазовом пространстве. Показатель Ляпунова. Автокоррелятор переменной $s = \sin \theta$.

Глобальная стохастичность. Критерий перекрытия резонансов (Чирикова). Диффузия по действию, коэффициент диффузии. Деформация стохастического слоя. Полуцелый резонанс. Иррациональные числа вращения: цепные дроби и теорема Лиувилля. Теорема Колмогорова - Арнольда - Мозера (КАМ). Критерий разрушения золотого тора.

Стохастическая (диффузионная) ионизация в классической модели атома водорода в переменном электрическом поле.

Возмущенный маятник: связь со стандартным отображением. Сепаратрисное отображение: универсальность модели и ее связь со стандартным отображением. Ширина стохастического слоя и величина показателя Ляпунова для стандартного отображения при малых K .

Автономные гамильтоновы системы с двумя степенями свободы. Энергетическая поверхность. Сечение Пуанкаре и отображение Пуанкаре на сечении.

Нелинейные осцилляторы: модели умеренных колебаний (Хенона - Хейлеса, Паллена - Эдмондса). Описание модели Паллена - Эдмондса в переменных "действие - угол": резонансный гамильтониан. Слабая стохастичность, резонанс и сепаратриса усредненного гамильтониана, интеграл Мельникова - Арнольда. Порог стохастичности и критерий Тоды. Эргодичность и эргодическое приближение для сильной стохастичности. Показатель Ляпунова и спектр мощности координаты для модели Паллена - Эдмондса в эргодическом приближении.

Характеристические показатели Ляпунова, свойства их спектра.

Основные свойства хаотического движения в консервативных системах.

2. Хаос в диссипативных системах.

Феноменологическое описание диссипации и его ограничения. Сжатие фазового объема. Аттракторы и их бассейны. Отличие в постановке задач диссипативной динамики от теории консервативных систем.

Логистическое отображение. Бифуркация удвоения периода. Сценарий Фейгенбаума: переход к хаосу через последовательные удвоения периода. Универсальные свойства. Показатель Ляпунова для одномерных отображений: инвариантное распределение. Показатель Ляпунова для логистического отображения.

Тангенциальная бифуркация. Сценарий Помо - Манневиля: переход к хаосу через перемежаемость, его универсальные свойства. Окна периодичности логистического отображения, их универсальные свойства.

Кризисы и сценарий Гребогги - Отта - Йорке.

Синусное отображение окружности. Области синхронизации (резонансы) и их перекрытие. Переход "тор - хаос" через синхронизацию.

Двумерные диссипативные отображения. Отображение Хенона. Скелет странного аттрактора. Канторово множество и фракталы. Размерность самоподобия и емкость. Связь фрактальной размерности с характеристическими показателями Ляпунова. Определение фрактальной размерности по сигналу; размерность вложения.

Полевые динамические системы: разложение по модам. Оценка числа существенных мод. Модель Лоренца и ее физический прототип - задача о термоконвекции Рэлея - Бенара. Основные свойства модели: финитность движения, неподвижные точки и условия их устойчивости. Показатель Ляпунова и свойства движения в модели Лоренца на стандартной прямой. Очертания странного аттрактора и его структура. Неустойчивое многообразие и странный аттрактор. Определение аттрактора. Предельный цикл модели Лоренца при больших r . Спектр мощности переменной X в модели Лоренца. Одномодовый лазер с однородно уширенной линией и его описание моделью Лоренца.

Бифуркация Хопфа. Квазипериодичность, торы. Переход "тор - хаос" и синхронизация в отображениях и потоках. Отображение Канеко. Сценарий Рюэля - Такенса - Ньюхауса.

Основные свойства хаотического движения в диссипативных системах. ■

Литература.

1. Заславский Г.М.
Стохастичность динамических систем.
М.: Наука, 1984. - 272 с. - 76 ил.
2. Лихтенберг А., Либерман М.
Регулярная и стохастическая динамика.
М.: Мир, 1984. - 528 с. - 148 ил.
3. Неймарк Ю.И., Ланда П.С.
Стохастические и хаотические колебания.
М.: Наука, 1987. - 424 с. - 331 ил.
4. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З.
Введение в нелинейную физику. От маятника до турбулентности и хаоса.
М.: Наука, 1988. - 368 с. - 237 ил.
5. Шустер Г.
Детерминированный хаос. Введение.
М.: Мир, 1988. - 240 с. - 126 ил.
6. Анищенко В.С.
Сложные колебания в простых системах: механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах.
М.: Наука, 1990. - 312 с. - 156 ил.
7. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С.
Введение в синергетику.
М.: Наука, 1990. - 272 с. - 151 ил.
[Гл. 2 "Динамический хаос" (с. 90 - 179).]
8. Мун Ф.
Хаотические колебания. Вводный курс для научных работников и инженеров.
М.: Мир, 1990. - 312 с. - 176 ил.
9. Берже П., Помо И., Видаль К.
Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности.
М.: Мир, 1991. - 368 с. - 189 ил.
10. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З., Усиков Д.А., Черников А.А.
Слабый хаос и квазирегулярные структуры.
М.: Наука, 1991. - 240 с. - 175 ил.
11. Ланда П.С.
Нелинейные колебания и волны.
М.: Наука, 1997. - 496 с. - 222 ил.
12. Табор М.
Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике.
М.: Эдиториал УРСС, 2001. - 320 с. - 106 ил.

Автор программы - доцент П.В. Елютин

Электронные версии конспектов прочитанных лекций можно найти в Internet по адресу:

<http://quantum.phys.msu.su>

