

задачи, часть 2

9 Найти спектр нормальных колебаний (т. е. закон дисперсии фононов $\omega = \omega(k)$) линейной цепочки атомов с потенциальной энергией взаимодействия:

$$U = \frac{1}{2} \sum_n \left\{ K_1 (u_n - u_{n+1})^2 + K_2 (u_n - u_{n+2})^2 \right\}.$$

Исследовать условия на силовые константы K_1 и K_2 , при которых дисперсионные кривые не являются монотонно возрастающими при $0 \leq k \leq \pi/a$ (a - постоянная решетки).

10 Найти спектр нормальных колебаний (т. е. закон дисперсии фононов $\omega = \omega(k)$) линейной цепочки атомов с потенциальной энергией взаимодействия:

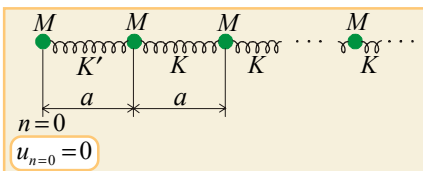
$$U = \frac{1}{4} \sum_{n, n'} A e^{-\lambda |n - n'|} (u_n - u_{n'})^2.$$

Массу атома цепочки M , период цепочки a , силовую постоянную A и параметр λ считать заданными. Определить скорость звука $v_s \equiv [\partial\omega/\partial k]_{k=0}$.

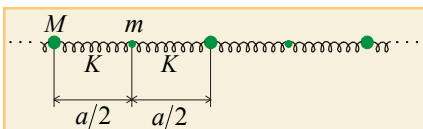
Указание. Воспользоваться формулой суммирования для геометрической прогрессии.

11 Закон дисперсии фононных колебаний в линейной одноатомной цепочке (период a , масса атома M) описывается периодической функцией $\omega = \Omega(k)$, где $\Omega(k + 2\pi/a) = \Omega(k)$. Найти выражение для потенциальной энергии взаимодействия узлов цепочки как функций их смещений относительно положений равновесия.

12 Найти условие существования (соотношение между силовыми константами K и K') локализованных фононных колебаний в полубесконечной линейной цепочке атомов с закрепленным концом, при учете взаимодействия лишь с ближайшими соседями (см. рис.). Определить частоту этих колебаний ω и пространственный масштаб их затухания l . Массу атома цепочки M и период цепочки a считать заданными.



13 В приближении взаимодействия с ближайшими соседями исследовать поведение фононных дисперсионных зависимостей $\omega = \omega(k)$ для линейной двухатомной цепочки с $K_1 = K_2 = K$ и $M \neq m$ при предельном переходе $\delta \equiv M - m \rightarrow 0$:



- указать, что происходит с оптической ветвью при $\delta \rightarrow 0$;
- вычислить пределы $\lim_{\delta \rightarrow 0} \lim_{ka \rightarrow \pi} [\partial\omega/\partial k]$ и $\lim_{ka \rightarrow \pi} \lim_{\delta \rightarrow 0} [\partial\omega/\partial k]$.